

I Conceptos Básicos

Objetivos:

- Definir los conceptos básicos de corriente, voltaje, potencia y energía
- Comparar la diferencia entre voltaje y diferencia de potencial
- Identificar y analizar la estructura de un circuito eléctrico
- Explicar los conceptos de análisis y síntesis en los circuitos eléctricos
- Reconocer los problemas que acarrea manipular la corriente eléctrica
- Reconocer y aprender a usar los equipos básicos del Laboratorio de Circuitos Eléctricos (Fuente de alimentación, Multímetro, Tabla de nodos)

Introducción

Las aplicaciones de la tecnología eléctrica y electrónica están orientadas a cubrir las necesidades cotidianas de la gente, y están relacionadas con casi todos los aspectos de sus vidas y ocupaciones. Los Científicos y los Ingenieros con el conocimiento sobre la electricidad han desarrollado una gran cantidad de circuitos eléctricos, entre los cuales podemos citar el sistema de encendido y los tableros electrónicos de un automóvil. Los sistemas de control en los procesos industriales hoy en día utilizan sensores para obtener información del proceso, sistemas de instrumentación para recolectar la información y sistemas de control por computadora para procesar la información y generar señales electrónicas para los accionadores, que corrigen y controlan el proceso. Por ello estudiamos los circuitos eléctricos.

En este capítulo, explicamos los conceptos básicos para hacer entendible, el funcionamiento de los circuitos eléctricos, como son la corriente, el voltaje, la energía y la potencia. Además explicamos los conceptos importantes de análisis y diseño. Así como también, introducimos una unidad importante de carga como es el Amperio-hora, y una unidad importante de energía muy utilizada por las compañías de energía eléctrica como es el kilovatio-hora. También hablamos de la estructura de un circuito eléctrico y los elementos activos muy importante en un circuito eléctrico. También presentamos la convención activa y pasiva de signos, utilizable en los elementos de circuitos, así como los prefijos de magnitud y la notación a utilizar en todo el libro.

1.1 Carga eléctrica y Corriente Eléctrica

1.1.1 Carga Eléctrica:

Carga es la cantidad fundamental de electricidad responsable de los fenómenos eléctricos, se denota como q y puede ser positiva o negativa. En el sistema internacional de unidades (SI) su unidad es el Culombio (C, Coulomb).



Charles de Coulomb (1736-1806), físico francés, pionero en la teoría eléctrica

La carga negativa más elemental es el electrón, que tiene carga negativa con valor de $-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
La carga positiva más elemental es el protón, que tiene carga positiva con valor de $+1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

El neutrón es eléctricamente neutro. Todas otras cargas son múltiplos integrales de estas cargas básicas. La Figura 1.1.1 muestra un átomo con sus componentes.

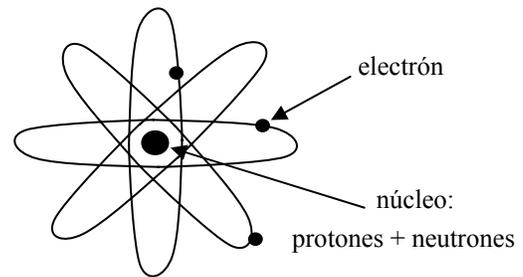


Figura 1.1.1

En la teoría sobre partículas fundamentales aceptada en el presente, sin embargo, el protón y el neutrón no son partículas verdaderamente fundamentales dado que son una combinación de otras entidades llamadas "QUARKS" las cuales tienen cargas de $\pm 1/3$ y $\pm 2/3$ de veces la carga del electrón. Sin embargo nosotros seguiremos considerando para nuestros análisis que el electrón, el protón y el neutrón son cargas elementales.

Para cuantizar una carga de 1 Culombio se toma $1/1.602 \cdot 10^{-19} = 6.24 \cdot 10^{18}$ cargas elementales.

La carga es conservativa, es decir, no puede ser creada o destruida. Sin embargo esta puede ser manipulada en una variedad de formas diferentes y de aquí se encuentra el fundamento de la Ingeniería Eléctrica. La herramienta más común para la manipulación de la carga es el **Campo Eléctrico**, el cual se denota como E . Cuando una carga es expuesta a un campo eléctrico, experimenta una fuerza cuya dirección tiene el mismo sentido del campo para cargas positivas, pero opuesto para cargas negativas.

1.1.2 Corriente Eléctrica:

Corriente es la tasa de flujo de la carga eléctrica por un punto dado.

Como producto de la exposición de las cargas a un campo eléctrico, éstas serán forzadas a fluir a lo largo u opuesto al campo eléctrico dependiendo de la polaridad de las cargas. El flujo resultante de cargas es llamado corriente.

La razón a la cual las cargas cruzan algún plano perpendicular de referencia al flujo se denota como "i" y se le llama corriente instantánea.

$$i = \frac{dq}{dt}$$

En el Sistema Internacional de Unidades (SI) su unidad es el Amperio (A, Ampere)

$$1A = \frac{1C}{s}$$

La Figura 1.1.2 muestra el flujo de corriente para electrones y el flujo de corriente para protones.



André Marie Ampère (1775-1836), científico francés, conocido por sus importantes aportaciones al estudio de la electrodinámica

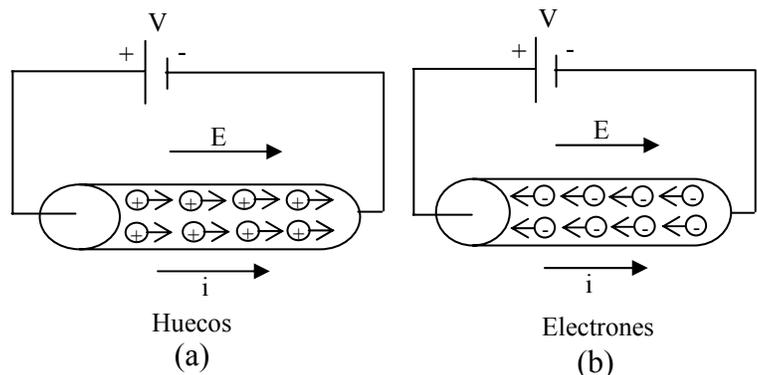


Figura 1.1.2

Hay dos tipos de corrientes: Corriente Alterna (CA, por las siglas en español y AC, por las siglas en Inglés), es la corriente que depende del tiempo y Corriente Directa (CD, por las siglas en español y DC, por las siglas en inglés), es la corriente que no depende del tiempo, es aquella que tiene una magnitud constante, como puede ser visto en la figura 1.1.3.

Si en la ecuación

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Despejamos q, encontraremos la carga que pasa a través del plano de referencia durante un intervalo de tiempo de t_1 a t_2 .

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$$

Es otra forma de definir la carga y de esto surge otra unidad de medición para la carga como es el Amperios-hora (Ah, Ampere-hour), que es una unidad utilizada comúnmente para medir la capacidad de una batería para almacenar carga.

$$1\text{Ah} = (1\text{C/s}) * (3600\text{s}) = 3600\text{C}$$

Ejemplo 1.1.2.1

La corriente entrando a cierto terminal es:

$$i(t) = 10e^{-10^6 t} \text{ mA}$$

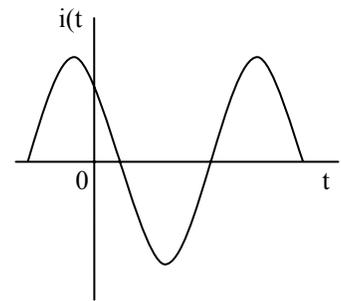
- Encuentre la carga total entrando al terminal entre $t = 0$ y $t = 1\mu\text{s}$.
- Asumiendo que $i(t)$ es debido al movimiento de electrones, exprese la carga arriba en términos de la carga básica electrón. ¿Són electrones entrando o saliendo del terminal?
- Repita, para el intervalo de $t = 1\mu\text{s}$ a $t = 2\mu\text{s}$.

Solución:

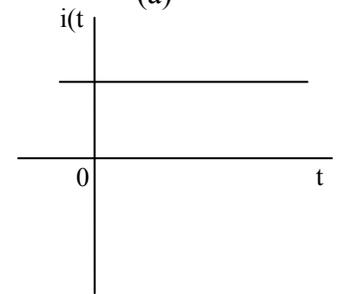
a) Como es dada la corriente, necesitamos utilizar la ecuación que relaciona la corriente con la carga, es decir,

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$$

$$q = \int_0^{1\mu} (10 e^{-10^6 t} * 10^{-3}) dt = 10^{-2} \frac{e^{-10^6 t}}{-10^6} \Big|_0^{1\mu} = 10^{-8} (e^{-10^6 * 0} - e^{-10^6 * 1\mu}) = 10^{-8} (e^0 - e^{-1}) = 6.321 \text{ nC}$$



Corriente Alterna
(a)



Corriente Directa
(b)

Figura 1.1.3

b) Para expresar la carga en términos de la carga básica electrón hacemos: $6.321 \cdot 10^{-9} / 1.602 \cdot 10^{-19} = 3.946 \cdot 10^{10}$, electrones. Y para contestar la pregunta hecha, puesto que son electrones tienen carga negativa y por lo tanto ellos salen del terminal.

c) Repitiendo cálculos encontraremos que $q = 2.325 \text{ nC}$ y eso equivale a $1.452 \cdot 10^{10}$ electrones, que salen del terminal.

1.2 Energía Eléctrica:

Es una forma de energía que resulta de la existencia de una diferencia de potencial entre dos puntos, lo que permite establecer una corriente eléctrica entre ambos (cuando se los pone en contacto por medio de un conductor eléctrico) y obtener trabajo.

La energía eléctrica puede transformarse en muchas otras formas de energía, tales como la energía luminosa o luz, la energía mecánica y la energía térmica.

Podemos decir entonces, que la energía es la capacidad de realizar un trabajo. Como una consecuencia de la fuerza ejercida por el campo eléctrico, una carga posee energía potencial. Esta energía es denotada por “ w ” y depende de la magnitud de la carga como de su localización en el espacio.

En el SI de Unidades, su unidad es el Joule (J)

Podemos hacer una comparación de esta energía potencial con la del Sistema Gravitacional, es decir, una masa expuesta a la gravitación de la tierra. Levantar una masa “ m ” a una altura “ h ” por algún nivel de referencia, como puede ser el nivel del mar, incrementa su energía potencial, por la cantidad $w = mgh$, donde g es la aceleración gravitacional. Si soltamos la masa, ésta caerá en dirección al decremento de la energía potencial y adquirirá energía cinética en el proceso.

Lo mismo puede ser dicho para una carga bajo el efecto de un campo eléctrico, excepto que para cargas positivas la energía potencial tiende a caer en la misma dirección que el campo eléctrico y para cargas negativas lo hace en la dirección opuesta al campo eléctrico.

Retomando de los estudios de física que la referencia o nivel cero de energía potencial puede ser escogido arbitrariamente, la razón debe ser en que solo diferencias en la energía potencial tienen significado práctico. Así como en el caso gravitacional es frecuentemente conveniente escoger el nivel del mar como el nivel de cero energía potencial, en el caso eléctrico ha sido un acuerdo considerar **tierra** como el nivel de cero energía potencial para cargas.

Equipos de uso doméstico y juegos están equipados con cordones de potencia con una tercera punta (en el caso nuestro punta redonda) para la conexión a la línea comercial también como tierra. Si todos los puntos de ese equipo están conectados a tierra, se dice que están aterrizados, y cualquier carga residente en estos puntos son así asumidos que tienen cero energía potencial. En caso todos los equipos eléctricos el chasis es frecuentemente es puesto a tierra.



James Prescott Joule (1818-1889), físico británico, conocido sobre todo por su investigación en electricidad y termodinámica

1.3 Voltaje y Diferencia de Potencial

Voltaje:

El voltaje a través de un elemento es el trabajo necesario (energía necesaria) para mover una carga eléctrica unitaria y positiva desde la terminal negativa (-) hasta la terminal positiva (+).

También podemos definirlo como la razón a la cual la energía potencial varía con la carga. Lo denotamos como “v” y también se le llama potencial eléctrico, o tensión eléctrica.

$$v = \frac{dw}{dq}$$

En el SI unidades, su unidad es el Voltio (V, Volt)

$$1V = \frac{1J}{C}$$

Lo que nos interesa sin embargo, no es potencial, sino diferencia de potencial o voltaje. La interpretación física a la ecuación del voltaje se traduce en la cantidad de energía liberada por una carga al ir de un punto a otro en el espacio.

La diferencia de potencial o Voltaje es fácilmente creada por medio de una batería. El terminal teniendo el potencial más alto de los dos esta identificado por el signo + y es llamado terminal positivo. El otro terminal es por defecto llamado terminal negativo. Denotaremos los terminales individuales potenciales con respecto a tierra como V_p y V_n , una batería produce: $V_p - V_n = V_s$, donde V_s es el rango de voltaje de la batería.

Es importante comprender que diferencia de potencial y Voltaje es lo mismo, que cuando hablamos de voltaje, nos referimos a una diferencia de potencial entre dos puntos de una carga, o de un punto a otro, denominado referencia, es decir un punto referido a otro.

Por ejemplo una batería de radio de 9V produce $V_p - V_n = 9V$, es decir, esto mantiene que V_p es más alto que V_n por 9V a pesar de los voltajes individuales de V_p y V_n . Si aterrizamos el terminal negativo tal que $V_n = 0V$ entonces la batería producirá $V_p = 9V$ (que resulta de despejar de la ecuación $V_p - V_n = V_s$, $V_p - 0 = 9V$). Inversamente, si aterrizamos el terminal positivo tal que $V_p = 0V$ entonces la batería producirá $V_n = -9V$ (que resulta de despejar de la ecuación $V_p - V_n = V_s$, $0 - V_n = 9V$). Así mismo, con $V_n = 6V$, la batería producirá $V_p = 15V$, con $V_n = -6V$, la batería producirá $V_p = 3V$, con $V_p = -5V$ la batería producirá $V_n = -14V$ y así sucesivamente.

Otro ejemplo familiar es ofrecido por una batería de carro de 12V, cuyo terminal negativo es diseñado para ser conectado al chasis del carro, por lo tanto, ese es el potencial de cero por definición. Observemos que los términos positivo y negativo no llevan relación con las polaridades individuales de V_p y V_n . Ellos solo reflejan los signos precedentes de V_p y V_n en la ecuación $V_s = V_p - V_n$.



Alessandro Volta (1745–1827) fue un físico italiano, famoso principalmente por haber desarrollado la batería eléctrica

- V_n . Claramente los términos más alto y más bajo serán más apropiados que los términos positivo y negativo.

1.4 Potencia Eléctrica:

Potencia es la cantidad de energía entregada o absorbida en cierto tiempo. La potencia mide la rapidez de transferencia de energía. Dicho de otra manera, la razón a la cual la energía es entregada o absorbida, se denota como P y se le llama Potencia Instantánea.

$$p = \frac{dw}{dt}$$

En el SI Unidades, su unidad es el Vatio (W, Watt)

$$1W = \frac{1J}{s}$$

Si aplicamos un artificio matemático a la ecuación de la potencia obtenemos:

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \times \frac{dq}{dt} = v \times i, \text{ así: } p = v \times i$$

En otras palabras esta relación establece que siempre que una corriente “i” fluya entre dos puntos teniendo una diferencia de potencial “v” la potencia instantánea correspondiente es:

$$p = v \times i$$

Si en la ecuación $p = \frac{dw}{dt}$ despejamos w, encontraremos la energía absorbida o entregada durante un

intervalo de tiempo de t_1 a t_2 . $w = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$

De aquí, que algunas veces la energía es expresada en unidades de Vatios-Segundos. Esta es una unidad alternativa de energía, usada específicamente por las Compañías Eléctricas y expresada en Kilovatio-hora (KWh). Esta unidad representa la cantidad de energía consumida en una hora a la razón de 10^3 J/s, o 10^3 W. Así,

$$1KWh = (10^3 \text{ J/s})(3600s) = 3.6 \times 10^6 \text{ J.}$$

Ejemplo 1.4.1

Una batería de carro de 12V es conectada a un bombillo delantero de 36W por una hora. Encuentre:

- La corriente que pasa a través del bombillo.
- La energía total disipada en el bombillo en J y en KWh.



James Watt (1736–1819) fue un matemático e ingeniero escocés

- c) La carga total que ha pasado a través del bombillo en C y en términos de carga básica electrón.

Solución:

a) Es conocida la potencia del bombillo y el voltaje entre sus terminales, entonces utilizamos:

$$p = v \cdot i, \text{ y despejamos } i = p / v = 36 / 12 = 3 \text{ A.}$$

b) Como la potencia es constante, es decir, no depende del tiempo, entonces la ecuación:

$$w = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt, \text{ se convierte en } w = p \cdot (t_2 - t_1) = 36 \cdot (3600 - 0) = 129.6 \text{ KJ y en unidades de KWh}$$

tenemos $w = 129.6 \text{ K} / 3.6 \cdot 10^6 = 0.036 \text{ KWh}$

c) Puesto que la corriente es constante, es decir, no depende del tiempo, entonces la ecuación:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt, \text{ se convierte en } q = i \cdot (t_2 - t_1) = 3 \cdot (3600 - 0) = 10.8 \text{ KC y en unidades de carga básica}$$

electrón tenemos $q = 10.8 \text{ K} / 1.602 \cdot 10^{-19} = 6.742 \cdot 10^{22}$ electrones.

Como la energía, la potencia no puede ser creada o destruida, sin embargo esta puede ser convertida de una forma a otra forma. Un ejemplo típico es ofrecido por una ordinaria lámpara de mano, la cual es mostrada en un diagrama de circuito (Figura 1.4.1)

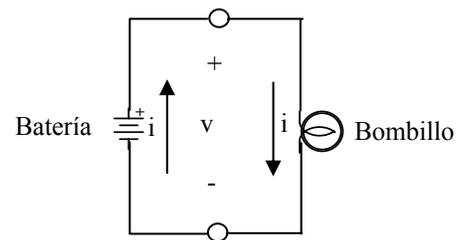


Figura 1.4.1

La batería causa una corriente que fluye de su terminal positivo, a través del bombillo y los alambres, y regresa por su terminal negativo para completar el lazo. Mientras la corriente fluye a través del bombillo la energía eléctrica es convertida a luz y calor. La energía eléctrica viene de la batería al encenderla, donde esta es generada por conversión de energía química. Así en un circuito de lámpara, la corriente sirve como un vehículo para transferir potencia de la batería al bombillo. Además decimos que la batería entrega potencia eléctrica y que el bombillo absorbe potencia eléctrica. Por esta razón se dice que la batería es un elemento de circuito activo y que el bombillo es un elemento de circuito pasivo.

1.5 Análisis y Síntesis de circuito

Análisis de circuito: es el proceso de encontrar los voltajes y corrientes específicos en un circuito una vez que sus elementos individuales y sus interconexiones son conocidos.

Síntesis de circuito (Diseño): es el proceso de escoger un juego de elementos e idear sus interconexiones para lograr voltajes y corrientes específicos en el circuito, tal como producir un cierto voltaje en una parte del circuito en respuesta a un voltaje recibido en otra parte. También llamado Diseño, la Síntesis es usualmente más difícil que el análisis. Este involucra intención,

creatividad, y prueba y error. Además la solución no puede ser única y uno debe saber como escoger la más adecuada para la aplicación particular. Un firme entendimiento del análisis provee el fundamento para la síntesis inteligente y efectiva.

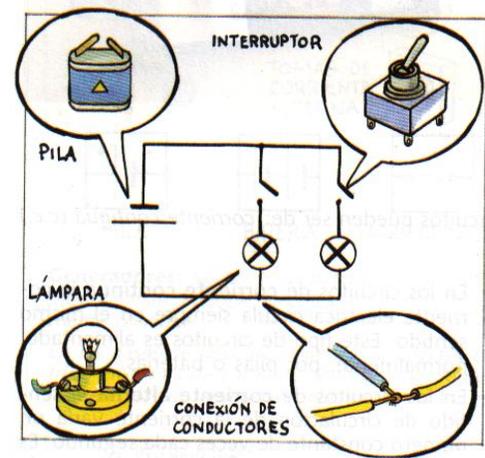
El análisis y el diseño redactan dos parejas de leyes:

- 1) La ley del elemento, tal como la ley de OHM, relacionan los voltajes y corrientes del terminal de elementos individuales sin importar de cómo ellos son conectados para formar un circuito.
- 2) Las leyes de conexión, también llamadas leyes de Kirchoff o leyes de circuito, relacionan los voltajes y corrientes compartidos en las interconexiones, sin importar el tipo de elementos que forman el circuito.

1.6 Estructura de un Circuito Eléctrico

Un circuito eléctrico es una colección de **elementos de circuitos** (resistencias, inductores, condensadores, fuentes, etc.) que han sido **interconectados entre ellos** para realizar un **objetivo** específico (generar, transportar o modificar señales electrónicas).

Un simple y elocuente ejemplo es ofrecido por el ejemplo mostrado anteriormente (el circuito de la lámpara de mano), una batería conectada a una lámpara. Donde los elementos de circuitos son la batería y el bombillo, las interconexiones son los alambres y el objetivo es la conversión de energía para producir luz.



A la hora de analizar un circuito es conveniente conocer la terminología de cada elemento que lo forma. A continuación se indican las partes de un circuito comúnmente más aceptados tomando como ejemplo el circuito mostrado en la figura 1.4.1.

Conector: hilo conductor de resistencia despreciable (idealmente cero) que une eléctricamente dos o más elementos.

Generador o fuente: elemento que produce electricidad. En el circuito de la figura 1.4.1, tenemos una fuente de voltaje, la batería.

Red: conjunto de elementos unidos mediante conectores.

Nudo o nodo: punto de un circuito donde concurren varios conductores distintos. En la figura 1.4.1, son las dos bolitas (arriba y abajo).

La función de un elemento de circuito es asegurar una relación preescrita entre la corriente y el voltaje entre sus terminales. Un ejemplo de tal relación es la ley de OHM. La función de las

interconexiones es permitir a los elementos compartir corrientes y voltajes y así interactuar con cada uno para realizar un objetivo específico.

Para facilitar sus interconexiones los elementos de circuitos están equipados con hilos o alambres de un buen conductor eléctrico como el cobre. Idealmente los alambres no poseen resistencia al flujo de corriente, una condición también expresada como:

- (1) Todos los puntos de un alambre están al mismo potencial. Además los alambre no acumulan cargas, una condición expresada como:
- (2) Toda corriente entrando a un extremo del alambre sale en el otro extremo.

Los alambres prácticos no satisfacen estas propiedades exactamente, pero asumiremos que ellos lo hacen para facilitar nuestro inicio a la teoría de circuitos. Mientras tu ganas experiencia con circuitos prácticos, encontrarás que los errores debido a los alambres no ideales, pueden ser despreciados en la mayoría de los casos de interés práctico para el principiante.

1.7 Elementos activos muy importantes:

- 1 Fuente de voltaje Independiente
- 2 Fuente de corriente Independiente
- 3 Fuentes de voltaje Dependiente
- 4 Fuentes de corriente Dependiente

1.7.1 Fuentes Independientes

Una fuente de voltaje independiente es un elemento de dos terminales que mantiene un voltaje específico entre sus terminales a pesar de la corriente a través de él. Su símbolo circuital se muestra en la Figura 1.7.1.a

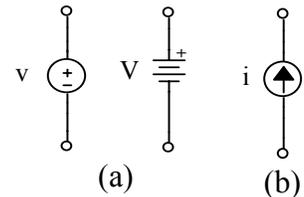


Figura 1.7.1

Es conveniente introducir el conceptos de **Cortocircuito**, como una fuente ideal de voltaje en la que $v(t) = 0V$. La corriente queda determinada por el resto del circuito.

Fuente de corriente independiente: es un elemento de dos terminales que mantiene una corriente específica a pesar del voltaje a través de sus terminales. Su símbolo de circuito se muestra en la Figura 1.7.1.b

Ahora introducimos el concepto de Circuito Abierto: como una fuente ideal de corriente para la cual $i(t) = 0A$. El voltaje a través de un circuito abierto queda determinado por el resto del circuito.

1.7.2 Fuentes dependientes:

Las fuentes dependientes generan un voltaje o corriente que esta determinado por un voltaje o corriente en un lugar específico del circuito. Esas fuentes son muy importantes, ya que son una parte integral de los modelos matemáticos utilizados para describir el comportamiento de muchos elementos de los circuitos electrónicos. La Figura 1.7.2 uestra cada una de las fuentes dependientes

μ y β son constantes sin dimensiones
 r es una constante con dimensiones de Ω
 g es una constante con dimensiones de S

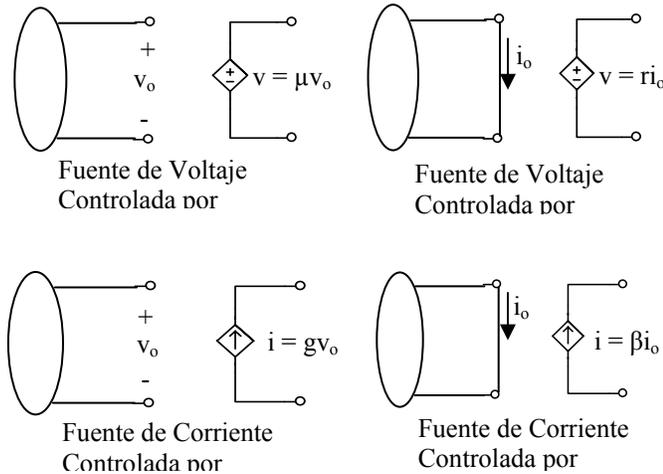


Figura 1.7.2

1.8 Convención activa y pasiva de signos

Regla de Potencia: Si la corriente fluye en dirección del incremento de voltaje como en el caso de la batería en la lámpara entonces la potencia es entregada y decimos que el elemento es activo. Si por el contrario la corriente fluye en dirección del decremento de voltaje como en el caso del bombillo en el circuito de la lámpara la potencia es absorbida y decimos que el elemento es pasivo.

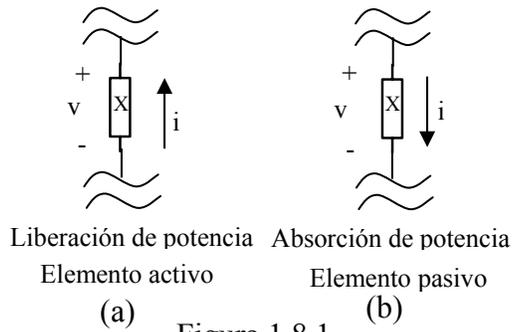


Figura 1.8.1

La Figura 1.8.1 muestra la polaridad del voltaje y el sentido de la corriente para el elemento activo y el elemento pasivo

1.9 Prefijos de Magnitud

Prefijo	Abreviación	Magnitud	Prefijo	Abreviación	Magnitud
yocto	y	10^{-24}	yotta	Y	10^{24}
zepto	z	10^{-21}	zetta	Z	10^{21}
atto	a	10^{-18}	exa	E	10^{18}
femto	f	10^{-15}	peta	P	10^{15}
pico	p	10^{-12}	tera	T	10^{12}
nano	n	10^{-9}	giga	G	10^9
micro	μ	10^{-6}	mega	M	10^6

mili	m	10^{-3}	kilo	K	10^3
centi	c	10^{-2}	hecto	h	10^2
deci	d	10^{-1}	deca	da	10^1

Veamos un ejemplo de uso de estos prefijos: Supongamos que tenemos 1K multiplicado por 1μ , el resultado es:

$$(1K)*(1\mu) = (1*10^3)*(1*10^{-6}) = 1*10^{-3} = 1m$$

Otro ejemplo, consideremos ahora que tenemos 1μ dividido entre 1n, el resultado es:

$$(1\mu)/(1p) = (1*10^{-6})/(1*10^{-12}) = (1*10^{-6})*(1*10^{12}) = 1*10^6 = 1M$$

1.10 Notación de señal

Usaremos en el transcurso de este documento la siguiente notación de señal, mostrada en la Figura 1.10.1

V_{DC} : Para una señal de Corriente Directa

v_a : Para la señal puramente alterna o señal de Corriente Alterna

v_A : Para la señal total, la componente de CD más la componente de CA

V_{pp} : Quiere decir voltaje pico a pico

V_p : Quiere decir voltaje pico, amplitud de la señal alterna

T: Periodo de la señal alterna

$f = 1/T$ es la frecuencia de la señal alterna

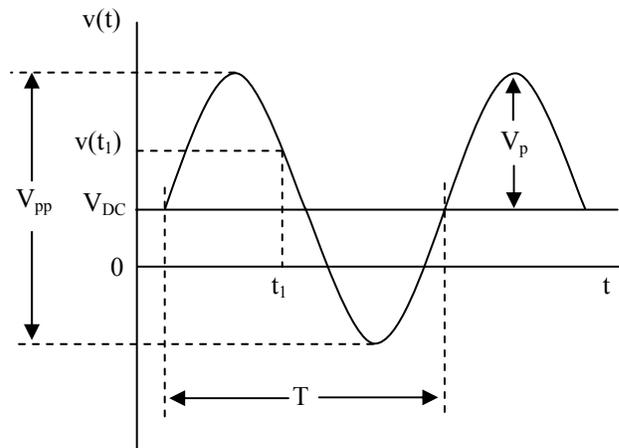


Figura 1.10.1

1.11 Problemas Resueltos

Ejemplo 1.11.1

La carga que entra en un cierto elemento de circuito esta dada por $q(t) = 5t e^{-10^3 t} C$

- Encuentre $i(t)$
- El instante $t \geq 0$ para el cual $i(t)$ es mínimo
- La corriente $i(t)$ mínimo

Solución:

(a) Como $i = \frac{dq}{dt}$, entonces efectuamos la derivada,

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = 5t(-10^3 e^{-10^3 t}) + 5 e^{-10^3 t} = 5 e^{-10^3 t} (1 - 10^3 t) A$$

(b) Para encontrar el tiempo para el cual la función $i(t)$ tiene un mínimo derivamos respecto al tiempo e igualamos a cero, para despejar el valor de t , entonces:

$$\frac{di(t)}{dt} = -5 * 10^3 e^{-10^3 t} [(1 - 10^3 t) + 1] = 0, \text{ despejando del extremo derecho de la ecuación,}$$

$$2 = 10^3 t, \text{ entonces } t = 2 \text{ ms}$$

(c) Para encontrar la corriente $i(t)$ mínima, se evalúa la corriente $i(t)$ en $t = 2\text{ms}$, que es el valor donde $i(t)$ es mínima, entonces:

$$i(t)_{\min} = i(2\text{ms}) = 5 e^{-10^3 * 2 * 10^{-3}} (1 - 10^3 * 2 * 10^{-3}) = 5 e^{-2} = -0.677 A$$

Ejemplo 1.11.2

Considerando que el costo de la energía eléctrica domiciliar es \$0.1393/KWh, encuentre:

- El costo de usar un Televisor de 100W durante 8 horas al día por una semana
- El costo de mantener encendida una bujía de 25W durante 1 año de forma continua.

Solución:

(a) Para encontrar el costo, primero debemos encontrar la energía en KWh para luego multiplicarla por el costo de cada KWh y tener el costo total, así

$$\text{Tiempo en horas} = 8 * 7 = 56 \text{ horas}$$

$$\text{Potencia } P = 100\text{W} = 100 \text{ J/s}$$

Como la potencia es constante, entonces la Energía es $w = P * \Delta t$

$w = (100 \text{ J/s}) * 56 \text{ hrs} * 60 \text{ min} * 60 \text{ s} = 20.16 * 10^6 \text{ J}$, pero necesitamos pasar de Joule a KWh, entonces,

$$w(\text{Kwh}) = (20.16 * 10^6 \text{ J}) / (3.6 * 10^6 \text{ J / KWh}) = 5.6 \text{ KWh}$$

Entonces el costo de mantener encendido el TV durante 8 horas diarias por una semana es:

$$\text{Costo} = (5.6 \text{ KWh}) * (\$ 0.1393 / \text{KWh}) = \$ 0.78$$

(b) Necesitamos el tiempo en segundos de 1 año

$$1 \text{ año} = 365 \text{ d} * 24 \text{ hrs} * 60 \text{ min} * 60 \text{ s} = 31.53 * 10^6 \text{ s}$$

$$\text{Potencia } P = 25 \text{ W} = 25 \text{ J/s}$$

$$w = (25 \text{ J/s}) * (31.53 * 10^6 \text{ s}) = 788.4 * 10^6 \text{ J, entonces,}$$

$$w(\text{KWh}) = (788.4 * 10^6 \text{ J}) / (3.6 * 10^6 \text{ J / KWh}) = 219 \text{ KWh}$$

Así el costo de mantener encendida la bujía durante 1 año de forma continua es:

$$\text{Costo} = (219 \text{ KWh}) * (\$ 0.1393 / \text{KWh}) = \$ 30.51$$

Ejemplo 1.11.3

Determine la carga que ha entrado a la Terminal de un elemento desde $t = 0 \text{ s}$ hasta $t = 3 \text{ s}$, cuando la corriente es como aparece en la Figura 1.11.3

Solución:

Primero tenemos que descomponer la corriente $i(t)$ ya ésta no toma el mismo valor en todo el intervalo, así:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \text{ s} \\ 1 & 0 \leq t \leq 1 \text{ s} \\ T & t > 1 \text{ s} \end{cases}$$

Como la carga es: $q(t) = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt$, entonces:

$$q(t) = \int_0^3 i(t) dt = \int_0^1 1 dt + \int_1^3 t dt = t \Big|_0^1 + \frac{t^2}{2} \Big|_1^3 = 1 + \frac{1}{2}(9 - 1) = 5 \text{ C}$$

Ejemplo 1.11.4

Un elemento de circuito como el mostrado en la figura 1.11.4 tiene un voltaje entre sus terminales igual a $v(t) = 8e^{-t} \text{ V}$ y lo atraviesa una corriente $i(t) = 20e^{-t} \text{ A}$. Determine la potencia entregada por este elemento y la energía entregada durante el primer segundo de operación.

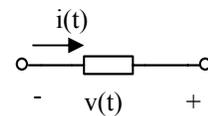


Figura 1.11.4

Solución:

La potencia es el producto del voltaje por la corriente, entonces:

$$p(t) = v(t) * i(t) = (8e^{-t}) * (20e^{-t}) = 160e^{-2t} \text{ W}$$

Para encontrar la energía hacemos uso de su ecuación $w(t) = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$, así:

$$w(t) = \int_0^1 160e^{-2t} dt = 160 \left. \frac{e^{-2t}}{-2} \right|_0^1 = -80(e^{-2} - 1) = 80(1 - e^{-2}) = 69.2J$$

1.12 Problemas propuestos

1.12.1 La corriente a través de un elemento de circuito es 50mA. Encuentre la carga total y el número de electrones transferido durante un periodo de 100ns.

Respuesta: $q = 5\text{nC}$; $\#e^- = 31.2 * 10^9$ electrones.

1.12.2 La corriente a través de un dispositivo esta dada por $i(t) = 0.05t$ A. ¿Cuántos culombios entran al dispositivo entre $t = 0\text{s}$ y $t = 5\text{s}$?

Respuesta: a) $q(0) = 0\text{C}$; b) $q(5) = 0.625\text{C}$.

1.12.3 Determine la carga que ha entrado a un elemento en el momento t , si $i(t) = 8t^2 - 4t$ A, para $t \geq 0$. Suponga que $q(0) = 0$.

Respuesta: $q(t) = (8/3)t^3 - 2t^2$ C.

1.12.4 Determine la carga que entra en una terminal entre $t = 0$ y $t = 5\text{s}$ cuando $i(t) = 10t^2$ A, para $t \geq 0$.

Respuesta: $q = 416.67$ C.

1.12.5 La corriente entrando a un terminal esta dada por $i(t) = 1 + \pi \text{sen} 2\pi t$ A. Encuentre la carga total entrando al terminal entre $t = 0\text{s}$ y $t = 1.5\text{s}$.

Respuesta: $q = 2.5$ C.

1.12.6 Por un alambre fluye una corriente de $5\mu\text{A}$. a) ¿Cuántos culombios de carga habrán pasado en 10s?, b) ¿Cuántos culombios fluirán en 2 años?

Respuesta: a) $q = 5 * 10^{-5}$ C, b) $q = 315.4$ C.

1.12.7 La descarga de un relámpago que conduce 10,000 A dura 50 μs . Si el rayo golpea un tractor, determine la carga depositada en el tractor si se supone que las llantas son perfectas.

Respuesta: a) $q = 0.5 \text{ C}$.

1.12.8 Determine el tiempo requerido para que un cargador de una batería de 24 A entregue una carga de 1200C.

Respuesta: $t = 50\text{s}$

1.12.9 Se sabe que la corriente en un conductor es de 12A. ¿Cuántos culombios de carga pasan por cualquier punto en un intervalos de tiempo de 1.5 minutos?

Respuesta: $q = 1080\text{C}$.

1.12.10 Si una batería de 12V entrega 120mJ de energía en 1ms, encuentre a) loa cantidad de carga entregada por la batería, y b) la corriente producida.

Respuesta: a) $q = 10\text{mC}$, b) $i = 10\text{A}$.

1.12.11 Un alambre conduce una corriente constante de 10mA. ¿Cuántos Culombios pasan por la sección transversal del alambre en 20 segundos?

Respuesta: $q = 200\text{mC}$

1.12.12 La corriente que entra en un elemento de circuito se muestra en la figura 1.12.12. Encuentre la carga que entra en el elemento en un intervalo de tiempo de $0 \leq t \leq 4\text{s}$.

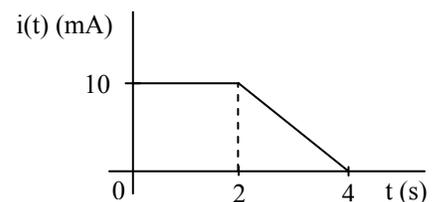


Figura 1.12.12

Respuesta: $q = 30\text{mC}$

1.12.13 Un medidor de Amperios-hora (Ah) mide la integral con respecto al tiempo de la corriente en un conductor. Durante un periodo de 12h este medidor graba 3000^a. Encuentre a) el número de culombios que fluyeron a través del medidor durante el periodo de grabación. b) la corriente promedio durante el periodo de grabación.

Respuesta: a) $q = 1.08 \cdot 10^7 \text{ C}$, b) $i = 250\text{A}$

1.12.14 En un conductor dado, una carga de 600C pasa cualquier punto en intervalos de 12 segundos. Deseamos determinar la corriente en el conductor.

Respuesta: $i = 50\text{A}$

1.12.15 La carga neta positiva fluyendo a través de un dispositivo varía como $q(t) = 3t^2 \text{ C}$. Encuentre la corriente a través del dispositivo a $t = 0\text{s}$, $t = 1\text{s}$, y $t = 3\text{s}$.

Respuesta: $i(0) = 0\text{A}$, $i(1) = 6\text{A}$, $i(3) = 18\text{A}$.

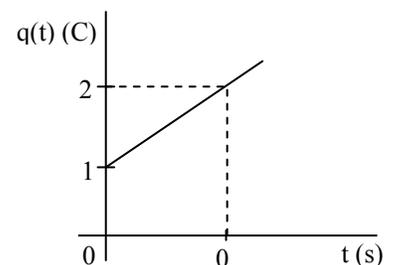


Figura 1.12.16

1.12.16 La carga que entra en un elemento de circuito se muestra en la figura 1.12.16. Encuentre la corriente del elemento en el intervalo de tiempo de $0 \leq t \leq 0.5s$

Respuesta: $i = 2A$

1.12.17 Una batería de automóvil de larga duración de 12V puede entregar $2 \cdot 10^6$ J en un lapso de 10 horas. ¿Cuál será la corriente a través de la batería?

Respuesta: $i = 4.63A$.

1.12.18 Una batería de automóvil de 12V tiene una capacidad de salida de 200Ah cuando es conectada a los bombillos delanteros que absorben 50W de potencia. Asuma que el voltaje de la batería es constante. a) Encuentre la corriente suministrada por la batería, b) ¿Cuánto tiempo puede la batería alimentar los bombillos?

Respuesta: a) $i = 4.167A$, b) $t = 48h$.

1.12.19 La carga total entrando a un terminal de un elemento esta dada por $q(t) = 4t^3 - 5t$ mC, encuentre la corriente i a $t = 0s$ y $t = 2s$.

Respuesta: $i(0) = 0A$, $i(2) = -5.43mA$.

1.12.20 El circuito de la figura 1.11.20 muestra la carga $q(t)$ que pasa por un punto en un alambre como función del tiempo. a) Encuentre la corriente $i(t)$ a $t = 1ms$, $t = 2.5ms$, $t = 3.5ms$, $t = 4.5ms$, y $t = 5.5ms$. b) Grafique la variación de la corriente de $i(t)$ versus el tiempo.

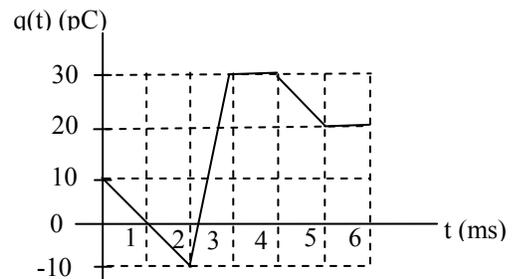


Figura 1.12.20

Respuesta: a) $i(1ms) = -10nA$, $i(2.5ms) = +40nA$, $i(3.5ms) = 0nA$, $i(4.5ms) = -20nA$, $i(5.5ms) = 0nA$.

1.12.21 La tecnología moderna ha producido una pequeña batería alcalina de 1.5V con una energía almacenada nominal de 150 Joules. ¿Cuántos días funcionará una calculadora de bolsillo que consume una corriente de 2mA? ¿Puede apreciarse por qué el apagado automático es una buena idea?

Respuesta: $t = 0.579$ días

1.12.22 Un tocacintas portátil emplea cuatro baterías AA en serie, que suministran 6V a su circuito. Las cuatro pilas alcalinas almacenan un total de 200 vatios-segundo de energía. Si el tocacintas toma 10mA de corriente constante, ¿Cuánto funcionará en condiciones normales?

Respuesta: $t = 0.926$ hrs

1.12.23 La carga que entra en la Terminal positiva de un elemento es $q(t) = -30e^{-4t}$ mC. Si el voltaje a través del elemento es $120e^{-2t}$ V, determine la energía entregada al elemento en el intervalo de tiempo de $0 \leq t \leq 50ms$.

Respuesta: $w = 0.622\text{J}$

1.12.24 La carga que entra en la Terminal positiva de un elemento esta dada por $q(t) = -12e^{-2t}$ mC. La potencia entregada al elemento es: $p(t) = 2.4e^{-3t}$ W. Calcule la corriente en el elemento, el voltaje a través del elemento y la energía entregada al elemento en el intervalo de tiempo de $0 \leq t \leq 100\text{ms}$.

Respuesta: a) $i(t) = 24e^{-2t}$ mA, b) $v(t) = 100e^{-t}$ V c) $w(100\text{ms}) = 207.35\text{mJ}$.

1.12.25 Para los barcos de pesca y arrastre que funcionan con motores eléctricos se requiere una gran batería de almacenamiento. Una de tales baterías, la Die-Hard, provee 675A a 12V durante 30s para arrancar el motor e iniciar el movimiento de un barco grande. Una vez en movimiento, la batería puede proporcionar 20A a 11V durante 200 minutos; a) Calcule la potencia proporcionada durante el periodo de arranque y el periodo de arrastre; b) Calcular la energía proporcionada durante el total de los periodos de arranque y arrastre.

Respuesta: a) $p(\text{arranque}) = 243\text{KW}$, b) $p(\text{arrastre}) = 220\text{W}$ c) $w(\text{total}) = 2.883\text{MJ}$.

1.12.26 Una batería entrega potencia al motor de arranque de un coche, a) Cuando la corriente es $i = 10e^{-t}$ A y $v = 12e^{-t}$ V, calcule la potencia suministrada por la fuente, b) Determine la energía $w(t)$ entregada por la fuente a la marcha.

Respuesta: a) $p(t) = 120e^{-2t}$ W, b) $w(t) = -60e^{-2t}$ J

1.12.27 El voltaje a través de un dispositivo de dos terminales es siempre 15V. La máxima potencia que el dispositivo puede disipar es 0.5W. Determine la magnitud máxima de corriente permitida por el rango de potencia del dispositivo.

Respuesta: $i = 33.3\text{mA}$.

1.12.28 Un total de 50Ah son suministrados a una batería de 12V durante la carga. Determine el número de Joules suministrado a la batería. Asuma que el voltaje de la batería es constante.

Respuesta: $w = 2.16\text{MJ}$.

1.12.29 Un dispositivo disipa 100W. ¿Cuánta energía es liberada por este en 10s?

Respuesta: $w = 1\text{KJ}$.

1.12.30 Determine la energía necesaria para mover 2 Culombios de carga a través de un voltaje constante igual a 4V.

Respuesta: $w = 8\text{J}$.

1.12.31 Se suministra una corriente de 10A a un elemento durante 5 segundos. Calcule la energía necesaria para mantener un voltaje de 10V.

Respuesta: $w = 500\text{J}$.

1.12.32 Un foco eléctrico de 110V se conecta a las terminales de un conjunto de baterías que producen 110V . La corriente que pasa por el foco es $(6/11)\text{A}$. Determine la energía entregada al foco durante un periodo de 1 segundo.

Respuesta: $w = 60\text{J}$.

1.12.33 Determine la potencia y la energía durante los primeros 10 segundos de operación del elemento de la figura 1.11.33 cuando $v = 10\text{V}$ e $i = 20\text{A}$.

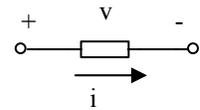


Figura 1.12.33

Respuesta: $p = 200\text{W}$, $w = 2\text{KJ}$.

1.12.34 Determine la potencia y la energía durante los primeros 10 segundos de operación del elemento de la figura 1.11.33 cuando $v = 50e^{-10t}\text{V}$ e $i = 5e^{-10t}\text{A}$. El circuito inicia operación en $t = 0$.

Respuesta: $p = 250 e^{-20t}\text{W}$, $w = 12.5\text{J}$.

1.12.35 Una central hidroeléctrica puede suministrar electricidad a usuarios lejanos. La figura 1.11.33 es una representación de la planta. Si $v = 100\text{KV}$ e $i = 120\text{A}$, calcule la potencia y la energía diaria suministrada por la planta hidroeléctrica.

Respuesta: $p = 12\text{MW}$, $w = 1.04\text{TJ}$.

1.12.36 La energía absorbida por un elemento de dos terminales es mostrada en la figura 1.12.36. Si la corriente entrando al Terminal positivo es $i(t) = 100\cos 1000\pi t\text{mA}$, encuentre el voltaje del elemento a $t = 1\text{ms}$ y $t = 4\text{ms}$.

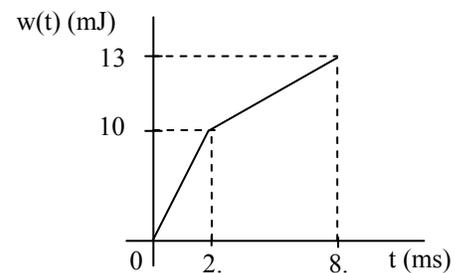


Figura 1.12.36

Respuesta: $v(1\text{ms}) = -50\text{V}$, $v(4\text{ms}) = 5\text{V}$.

1.12.37 Sea $v(t) = 0.5 + \sin 400t$. Determine a) $v(1\text{ms})$, b) $v(10\text{ms})$, c) la energía que se requiere para mover 3C desde el terminal negativo al terminal positivo de $v(t)$ en $t = 2\text{ms}$.

Respuesta: a) $v(1\text{ms}) = 0.889\text{V}$, b) $v(10\text{ms}) = -0.257\text{V}$, c) $w = -3.65\text{J}$.

1.12.38 En una estufa eléctrica circula una corriente constante de 10A que entra por la terminal de voltaje positivo y tiene 110V . Si se utiliza durante 2 horas: a) Determine la carga en Culombios que pasa por ella; b) Determine la potencia que absorbe; c) Si la energía eléctrica cuesta $\$0.1393$ el Kilovatio-hora determine el costo de operación durante 2 horas..

Respuesta: a) $q = 72\text{KC}$, b) $p = 1.1\text{KW}$ c) costo = $\$0.31$.

1.12.39 La batería de un automóvil se carga con una corriente constante de 2A durante 5 horas. El voltaje en la terminal de la batería es $v = 11 + 0.5t\text{V}$ para $t > 0$, donde t está en horas, a)

Determine la energía entregada a la batería durante las 5 horas y grafique $\omega(t)$, b) Si el costo de la energía eléctrica es de \$0.1393 el Kilovatio-hora, calcule el costo de cargar la batería durante 5 horas.

Respuesta: a) $w = 112.5\text{Wh}$, b) costo = \$0.016

1.12.40 Una lámpara incandescente absorbe 75W cuando es conectada a una fuente de 120V. Encuentre a) la corriente a través de la lámpara, b) el costo de operar la lámpara por 8 horas cuando la electricidad cuesta \$0.1393 el Kilovatio-hora.

Respuesta: a) $i = 0.625\text{A}$, b) costo = \$0.0836

1.12.41 Una batería de automóvil de 12V se conecta de forma que proporciona potencia a las luces cuando el motor está parado, a) Determine la potencia entregada por la batería si la corriente es de 1A, Determine la potencia absorbida por los faros cuando la corriente es 1A, c) Determine la energía absorbida por los faros durante 10 minutos.

Respuesta: a) $p(\text{entregada}) = 12\text{ W}$, b) $p(\text{absorbida}) = 12\text{ W}$ c) $w(10\text{min}) = 7.2\text{KJ}$.

1.12.42 La potencia suministrada por una cierta batería es 6W constantes en los primeros 5 minutos, cero durante los siguientes 2 minutos, un valor que aumenta linealmente desde cero hasta 10W durante los siguientes 10 minutos, y una potencia que disminuye linealmente desde 10W hasta cero en los siguientes 7 minutos?, a) ¿Cuál es la energía total en Joules que se gasta durante este intervalo de 24 minutos, b) ¿Cuál es la potencia promedio durante este tiempo?

Respuesta: a) $w = 2.7\text{ KJ}$, b) $p = 8.32\text{ W}$

1.12.43 Calcular la potencia absorbida o entregada por cada elemento de la figura P.1.11.15. En cada caso establecer si la potencia se absorbe o se entrega.

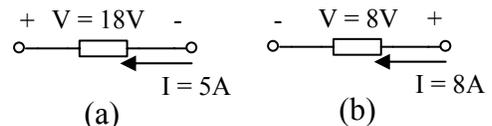


Figura 1.12.43

Respuesta: a) $p(\text{entregada}) = 90\text{ W}$, b) $p(\text{absorbida}) = 64\text{ W}$

1.12.44 La batería de una linterna genera 3V y la corriente por el foco es de 200mA. ¿Cuál es la potencia absorbida por el foco? Determine la energía absorbida por el foco en un periodo de 5 minutos.

Respuesta: a) $p(\text{absorbida}) = 600\text{mW}$, b) $w(5\text{min}) = 180\text{KJ}$.