### III Técnicas o Métodos de Análisis para Circuitos

### **Objetivos:**

- Analizar y Aplicar el método del análisis nodal en los circuitos eléctricos, con fuentes de voltaje y corriente independientes y dependientes
- Analizar y Aplicar el método del análisis de malla en los circuitos eléctricos, con fuentes de voltaje y corriente independientes y dependientes
- O Discutir la utilización de ambos métodos en el análisis de circuitos

### Introducción

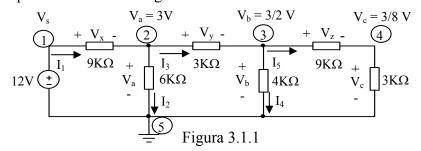
Como resultado del avance de la tecnología y en la imperiosa necesidad de mejorar las comunicaciones y el sistema de vida de los seres humanos, se han desarrollado circuitos más complejos cada día, por ende es necesario hacer uso de métodos sistemáticos de análisis de circuitos. En este capítulo enseñamos dos métodos sistemáticos de análisis de circuitos eléctricos como son el análisis nodal y el análisis de malla. Además introducimos dos conceptos como son el supernodo y la supermalla.

### 3.1 Método de Análisis Nodal

En un análisis nodal las variables en el circuito se eligen como los voltajes de los nodos. Los voltajes de los nodos se definen con respecto a un punto común en el circuito. Un nodo se selecciona como nodo de referencia, y todos los voltajes de los otros nodos se definen con respecto a ese nodo.

Una vez que se conocen los voltajes de los nodos podemos calcular cualquier corriente en una rama o la potencia suministrada o absorbida por cualquier elemento, ya que conocemos el voltaje a través de todos los elementos de la red.

Como por ejemplo el circuito de la figura 3.1.1



$$V_x = V_1 - V_2 = 12 - 3 = 9V$$

En realidad no es más que la aplicación de LKV alrededor de la malla izquierda; es decir

$$V_s = V_x + V_a$$
 donde  $V_s = V_1 y V_a = V_2$ 

De modo similar encontramos que:

$$V_y = V_2 - V_3 y V_z = V_3 - V_4$$

Entonces las corrientes en las resistencias son:

$$I_1 = \frac{V_x}{9K}$$
,  $I_3 = \frac{V_y}{3K}$ ,  $I_5 = \frac{V_z}{9K}$ , y además  $I_2 = \frac{V_a - 0}{6K}$ , e  $I_4 = \frac{V_b - 0}{4K}$ 

Así como regla general, si conocemos los voltajes de los nodos en un circuito, podemos calcular las corrientes a través de cualquier elemento resistivo utilizando la ley de Ohm (ver Figura 3.1.2), es decir:

$$R$$
 $+$ 
 $V_M$ 
 $V_N$ 
 $V_N$ 
Figura 3.1.2

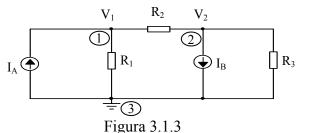
$$I = \frac{V_M - V_N}{R}$$

En un circuito de "n" nodos se escribe una ecuación linealmente independiente de la LKC para cada uno de los "n-1" nodos que no son de referencia, y este conjunto de "n-1" ecuaciones simultáneas linealmente independientes, cuando se resuelven, darán los voltajes desconocidos de los "n-1" nodos.

Consideremos para nuestro análisis nodal:

## 3.1.1 Circuitos que contienen sólo fuentes de corrientes independientes

Para resolver este tipo de problemas, se seleccionan los nodos y se etiquetan, en algunos casos si es preciso se debe elegir



el nodo de referencia, si éste no esta dado. En el circuito de la Figura 3.1.3 arriba tenemos 3 nodos, por lo tanto tendremos 2 (3-1) ecuaciones linealmente independientes, que resultarán de aplicar la LKC a los nodos 1 y 2.

Cuando solo fuentes independientes de corrientes existen en el circuito, el resultado de aplicar la LKC a un nodo, cualquiera, para obtener la ecuación, se describe como: Las conductancias que llegan al nodo de análisis se suman y se multiplican por el voltaje del nodo, a esto se le resta, cada una de las conductancias que además de tocar el nodo de análisis el otro extremo se comunican con otro nodo (que no sea el de referencia) multiplicado por el voltaje del nodo al cual se comunican y esto será igual a la suma de la fuentes de corrientes independientes que llegan al nodo de análisis menos la suma de las fuentes de corrientes independientes que salen del nodo de análisis.

Para el circuito de la Figura 3.1.3 arriba tendremos:

Para el nodo 1, la primera ecuación será:  $(G_1 + G_2) V_1 - G_2 V_2 = I_A$ , don de G = 1 / R

Para el nodo 2, la segunda ecuación será:  $(G_2 + G_3) V_2 - G_2 V_1 = -I_B$ 

Reacomodando ambas ecuaciones tendremos:

$$(G_1 + G_2) V_1 - G_2 V_2 = I_A$$
 (1)

$$G_2 V_1$$
 -  $(G_2 + G_3) V_2 = I_B$  (2)

Estas ecuaciones simultáneas pueden resolverse usando cualquier técnica conveniente. Estas ecuaciones simultáneas pueden rescribirse en forma matricial como AV = I, Donde

$$A = \begin{pmatrix} (G_1 + G_2) & -G_2 \\ G_2 & -(G_2 + G_3) \end{pmatrix} \qquad V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \end{pmatrix}$$

Ahora consideremos el circuito mostrado en la figura 3.1.4 y encontremos el voltaje de los nodos a, b y c, considerando que 
$$G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = G_5 = G_6 = 1S$$
.

# $G_{1}$ $G_{2}$ $G_{3}$ $G_{4}$ $G_{5}$ $G_{5}$ $G_{7}$ $G_{1}$ $G_{2}$ $G_{3}$ $G_{4}$ $G_{5}$ $G_{5}$ $G_{7}$ $G_{7$

### Solución:

Veamos el circuito, tenemos 4 nodos incluyendo el nodo de referencia, entonces debemos de

obtener 3 ecuaciones simultáneas, que saldrán de aplicar LKC a cada uno de los tres nodos.

Haciendo LKC al nodo a obtenemos:

$$(G_1 + G_2 + G_6) V_a - G_2 V_b - G_6 V_c = 9 - 3$$

Haciendo LKC al nodo b obtenemos:

$$(G_2 + G_3 + G_4) V_b - G_2 V_a - G_4 V_c = 3$$

Haciendo LKC al nodo c obtenemos:

$$(G_4 + G_5 + G_6) V_c - G_6 V_a - G_4 V_b = 7$$

Sustituyendo valores y rescribiendo las ecuaciones anteriores, se tiene:

$$3 V_a - 1 V_b - 1 V_c = 6$$

(1) 
$$-1 V_a + 3 V_b - 1 V_c = 3$$

$$-1 V_a - 1V_b + 3 V_c = 7$$

Multiplicando por (-1) la ecuación (3) y restándola de (2) obtenemos:

(3)

 $4 V_b - 4 V_c = -4 y \text{ si lo dividimos entre 4, se obtiene:}$ 

 $V_b - V_c = -1$  (4) y ahora despejamos una en función de la otra para sustituirla en las ecuaciones (1) y (2) para reducir el sistema a dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$V_b = V_c - 1$$
 3  $V_a - 2 V_c = 5$ 

(5) 
$$-1 V_a + 2 V_c = 6$$

(6)

Si ahora sumamos ecuaciones (5) y (6) se obtiene:

 $V_a = 11/2 \text{ V Primer resultado}$ 

Introduciendo ese resultado en (6) se obtiene el valor de V<sub>c</sub>

 $V_c = 23/4 \text{ V}$  Segundo resultado

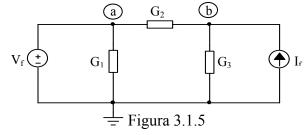
Ahora introduciendo ese resultado en (4) obtenemos el valor de V<sub>b</sub>

 $V_b = 19/4 \text{ V}$  Tercer y último resultado.

### 3.1.2 Circuitos que contienen fuentes independientes de corrientes y de voltajes

Para estos circuitos vamos a tener dos casos: Uno cuando la fuente voltaje se encuentre conectada entre un nodo y el nodo de referencia; y el otro cuando la fuente de voltaje se encuentre entre dos nodos diferentes, en cual ninguno de ellos es de referencia.

Para el primer caso tenemos el circuito mostrado en la figura 3.1.5. Como el circuito tiene 3 nodos, entonces necesitaremos 2 ecuaciones simultáneas para encontrar los voltajes de los nodos según el análisis anterior, pero en caso el voltaje del nodo a coincide con el voltaje de



la fuente  $V_f$ , ya que la fuente de voltaje se encuentra conectada entre el nodo a y referencia. Por lo tanto sólo será necesario aplicar LKC al nodo b para obtener su valor.

$$V_a = V_f$$

Y aplicando LKC al nodo b obtenemos:

$$(G_2 + G_3) V_b - G_2 V_a = I_f$$

Sustituyendo el valor de  $V_a$  y despejando para  $V_b$  obtenemos:

$$V_b = \frac{\left(I_f + G_2 V_f\right)}{\left(G_2 + G_3\right)}$$

Podemos generalizar, para el caso anterior, cuando tengamos un circuito con n nodos y x fuentes de voltajes independientes, entonces necesitaremos "n-1-x" ecuaciones simultáneas para encontrar el voltaje de los restante nodos desconocidos.

Para el segundo caso tenemos el circuito de la figura 3.1.6. Como el circuito tiene 3 nodos, entonces necesitaremos 2 ecuaciones simultáneas para encontrar los voltajes de los nodos según el análisis anterior, pero la fuente de voltaje esta entre los dos nodos, esto se conoce como supernodo (Un supernodo consiste en dos nodos conectados por una fuente independiente o dependiente). Entonces para su análisis tendremos la ecuación del supernodo, y aplicar la LKC al supernodo, es decir como si uniéramos físicamente los dos nodos

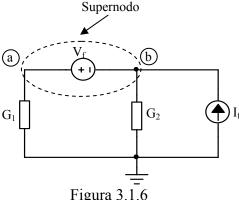


Figura 3.1.6

La ecuación del supernodo es:

 $V_a$  -  $V_b$  =  $V_f$  De aquí podemos despejar el voltaje de un nodo en función del otro, por ejemplo:

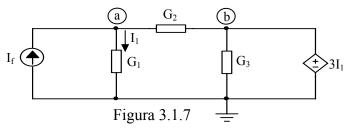
$$V_a = V_f + V_b \tag{1}$$

Aplicando LKC al supernodo obtenemos:

 $G_1 V_a + G_2 V_b = I_f$  Ahora podemos sustituir la ecuación (1) en esa ecuación y encontrar el valor del voltaje V<sub>b</sub>,

$$V_b = \frac{\left(I_f - G_1 V_f\right)}{\left(G_1 + G_2\right)}$$

### 3.1.3 Circuitos que contienen fuentes dependientes de corrientes If y/o de voltajes



Para el circuito mostrado en la figura

3.1.7, El análisis es similar como si tuviéramos fuentes de voltajes y corrientes independientes. Si observamos el circuito tenemos 3 nodos, entonces necesitaremos 2 ecuaciones simultáneas para encontrar los voltajes de los nodos, pero podemos notar que la fuente controlada se encuentra entre el nodo b y el nodo de referencia por lo tanto, el voltaje del nodo b, será igual al voltaje de la fuente controlada, así:

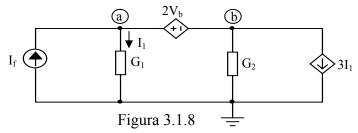
$$V_b = 3I_1$$
, pero  $I_1 = V_a G_1$ , entonces  $V_b = 3 G_1 V_a$ ,

Ahora aplicamos LKC al nodo a y obtenemos:

 $(G_1+G_2)\ V_a$  -  $G_2\ V_b$  =  $I_f\ y$  sustituyendo el valor de  $V_b$  en función de  $V_a$  obtenemos el valor de  $V_a$ 

$$V_a = \frac{I_f}{\left(G_1 + G_2 - 3G_1G_2\right)}$$
 Una vez obtenido este valor se sustituye en la ecuación de  $V_b$  y tendremos el otro valor del voltaje del nodo.

Ahora consideremos el circuito mostrado en la figura 3.1.8. Tenemos un supernodo (es válido también para fuentes dependientes). Para encontrar los dos voltajes de los nodos necesitaremos dos ecuaciones, primero la ecuación del



supernodo y segundo la aplicación de la LKC para el supernodo.

La ecuación del supernodo es:

$$V_a - V_b = 2V_b$$
 entonces  $V_a = 3V_b$ 

Aplicando LKC al supernodo obtenemos:

$$G_1 V_a + G_2 V_b = I_f - 3 I_1$$
 y sustituyendo el valor de  $I_1 = G_1 V_a$  y  $V_b = (1/3) V_a$ 

 $G_1 V_a + (1/3) G_2 V_a = I_f - 3 G_1 V_a$  y ahora despejando  $V_a$  obtenemos:

$$V_a = \frac{I_f}{4G_1 + \frac{1}{3}G_2}$$

### 3.2 Método del Análisis de Malla

En un análisis de malla se utiliza la LKV para determinar las corrientes en el circuito. Una vez que se conocen las corrientes, se puede usar la ley de Ohm para calcular los voltajes. Si el circuito tiene "n" mallas independientes se requerirán "n" ecuaciones simultáneas independientes para describir la red.

Consideremos para nuestro análisis de malla:

### 3.2.1 Circuitos que contienen solo fuentes de voltajes independientes

Para analizar el circuito mostrado en la figura 3.2.1. por el método de análisis de malla, lo primero que tenemos que hacer es asignar las corrientes de mallas a cada una de las mallas que tiene el circuito,

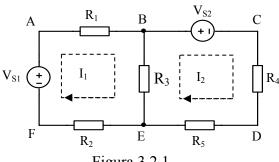


Figura 3.2.1

como el circuito contiene dos mallas, necesitaremos dos ecuaciones simultáneas que corresponden hacer LKC y encontrar las dos corrientes de malla mostradas en la figura. Estas corrientes pueden ir en sentido horario como están mostradas en la figura, en sentido antihorario, o bien una sentido horario y la otra en sentido antihorario, el resultado al final será el mismo. Una vez escogido el sentido de las corrientes de malla, aplicamos la LKV. Para aplicar la LKV recordamos el hecho de que las Resistencias son elementos pasivos y por lo tanto al hacer pasar una corriente por ellas resulta una caída de voltaje, entonces al hacer el recorrido alrededor de la malla sumamos todas las Resistencias alrededor de la malla en el sentido del recorrido y se multiplican por la corriente de malla que se esta analizando, luego verificamos las Resistencias que son atravesadas por las otras corrientes de malla, si éstas coinciden con el sentido de la corriente de malla de análisis entonces se suman y se multiplican por la corriente de malla que la atraviesa, pero si va en sentido contrario se resta la resistencia multiplicada por la corriente de malla que la atraviesa, y esto será igual a las subidas de tensión de las fuentes independientes menos las caídas de tensión de las fuentes independientes dentro del recorrido de la malla.

Procederemos hacer el análisis para el circuito de la figura 3.2.1.

Aplicando LKV a la malla 1 (ABEFA) obtenemos:

$$(R_1 + R_2 + R_3) I_1 - (R_3) I_2 = V_{S1}$$
 (1)

Aplicando LKV a la malla 2 (BCDEB) obtenemos:

$$(R_3 + R_4 + R_5) I_2 - (R_3) I_1 = -V_{S2}$$
 (2)

Reacomodando ambas ecuaciones tenemos:

$$(R_1 + R_2 + R_3) I_1 - (R_3) I_2 = V_{S1}$$
 (1)

$$-(R_3) I_1 + (R_3 + R_4 + R_5) I_2 = -V_{S2}$$
 (2)

Ahora este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas puede resolverse por cualquier método que se estime conveniente.

En forma matricial podemos expresarlas como:

$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_2 + R_3) & -R_3 \\ -R_3 & + (R_3 + R_4 + R_5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{S1} \\ -V_{S2} \end{pmatrix}$$

Consideremos el caso de la figura 3.2.2 con tres mallas:

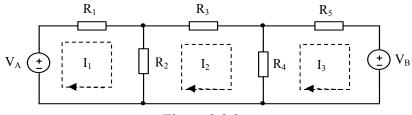


Figura 3.2.2

Como el circuito posee tres mallas entonces habrán tres corrientes de mallas y siguiendo el procedimiento para el análisis de mallas tendremos tres ecuaciones simultáneas, como sigue:

Aplicando LKV a la primera malla tenemos:

$$(R_1 + R_2) I_1 - (R_2) I_2 = V_A (1)$$

Aplicando LKV a la segunda malla tenemos:

$$(R_2 + R_3 + R_4) I_2 - (R_2) I_1 - (R_4) I_3 = 0$$
 (2)

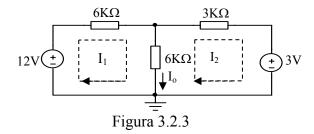
Aplicando LKV a la tercera malla tenemos:

$$(R_4 + R_5) I_3 - (R_4) I_2 = -V_B (3)$$

Con lo cual tenemos el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que puede resolverse por cualquier método de solución de ecuaciones.

### **Ejemplo 3.2.1.1**

Consideremos el circuito mostrado en la figura 3.2.3 y encontremos la corriente  $I_o$  haciendo uso del método de análisis de malla.



### Solución:

Para poder encontrar I<sub>0</sub> tendremos que encontrar ambas corrientes de malla ya que

$$I_o = I_1 - I_2$$

Aplicando LKV a la malla 1 obtenemos:

$$(6K + 6K) I_1 - (6K) I_2 = 12$$
 (1)

Aplicando LKV a la malla 2 obtenemos:

$$(6K + 3K) I_2 - (6K) I_1 = -3$$
 (2)

El sistema de dos ecuaciones es:

$$(12K) I_1 - (6K) I_2 = 12$$
 (1)  $(6K) I_1 + (9K) I_2 = -3 (2)$ 

Si despejamos  $I_1$  de la ecuación (2) se obtiene:

$$I_1 = \frac{3 + (9K)I_2}{6K}$$
 (3) insertando esta ecuación en la ecuación (1) se obtiene:

$$12K \left[ \frac{3 + (9K)I_2}{6K} \right] - I_2(6K) = 12$$
, resolviendo la multiplicación y división se tiene:

$$6 + (18K) I_2 - (6K) I_2 = 12$$
, resolviendo para  $I_2$  se obtiene:

 $I_2 = \frac{1}{2}$  mA, insertando este valor en la ecuación (3) obtenemos el valor de  $I_1$ 

 $I_1 = 5/4$  mA, por lo tanto para encontrar  $I_0$  hacemos la diferencia  $I_1 - I_2$ 

 $I_0 = \frac{3}{4} \text{ mA}.$ 

### 3.2.2 Circuitos que contienen fuentes de voltajes y corrientes independientes

Para estos circuitos tendremos dos casos, primero cuando la fuente de corriente independiente no se encuentra entre dos mallas, y segundo cuando ésta se encuentra entre dos mallas.

Consideremos el primer caso y para ello utilizaremos el circuito de la figura 3.2.4

Se procede como en el análisis anterior se asignan las dos corrientes de mallas porque existen dos mallas en el circuito, pero podemos notar que en

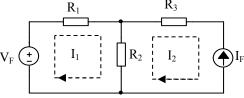


Figura 3.2.4

este caso la corriente de malla I<sub>2</sub> coincide con la corriente I<sub>F</sub>, pero en sentido contrario, y esto será una ecuación de restricción, bastará entonces con aplicar la LKV para la malla I<sub>1</sub> y el problema estará resuelto. En general si hay varias mallas que coinciden con la fuente de corriente independiente, serán consideradas como ecuaciones de restricción.

Analizando el caso de la figura 3.2.4 tendremos como ecuación de restricción:

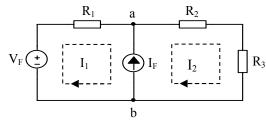
$$I_2 = -I_F$$

Y ahora solo bastará aplicar la LKV a la malla I<sub>1</sub> y obtendremos:

 $(R_1 + R_2) I_1$  -  $(R_2) I_2 = V_F$ , ahora estamos listos para encontrar la corriente de malla  $I_1$  en función de los parámetros conocidos del circuito,

$$I_1 = \frac{V_F - R_2 I_F}{R_1 + R_2}$$

Consideremos ahora el segundo caso, para ello examinemos el circuito mostrado en la figura 3.2.5



Mostraremos tres tipos de soluciones: Primero consideraremos el análisis que plantea Dorf-

Figura 3.2.5

Svoboda y algunas otras literaturas. Consiste siempre en ubicar corrientes de mallas en cada una de las mallas del circuito y define la fuente de corriente compartida por las mallas en función de dichas corrientes de mallas, como ecuación de restricción, luego aplica la LKV y establece una diferencia de potencial entre las terminales de la fuente de corriente, esta diferencia aparece en ambas ecuaciones, sustituye luego una en la otra y desaparece una incógnita, quedando por lo tanto dos ecuaciones con dos incógnitas y el problema esta resuelto.

Aplicaremos el método al circuito mostrado en la figura 3.2.5

La ecuación de restricción será:  $I_F = I_2 - I_1$  (1)

Ahora aplicamos LKV a la primera malla y obtenemos:

$$(R_1) I_1 + V_{ab} = V_F (2)$$

Aplicando luego LKV a la malla segunda obtenemos:

$$(R_2 + R_3) I_2 = V_{ab} (3)$$

Sustituimos (3) en (2) y se obtiene:

 $(R_1)$   $I_1 + (R_2 + R_3)$   $I_2 = V_F$  (4), que con la ecuación de restricción (1) forman el sistema de ecuaciones con 2 incógnitas, que puede ser resuelto por cualquier método. Nosotros despejaremos  $I_2$  de la ecuación (1) y lo sustituiremos en la ecuación (4) para obtener:

 $(R_1) I_1 + (R_2 + R_3) (I_F + I_1) = V_F$ , del cual ahora podemos despejar la corriente de malla  $I_1$ 

 $I_1 = \frac{V_F - (R_2 + R_3)I_F}{R_1 + R_2 + R_3}$ , luego de encontrar este valor lo sustituimos en la ecuación (1) y

despejamos para obtener el valor de la otra corriente de malla I<sub>2</sub> y el problema esta resuelto.

La segunda solución, consiste en emplear el método de J David Irvin, el cuál hace uso de un nuevo concepto, "supermalla" que es una malla mayor creada a partir de dos mallas que tienen en común una fuente de corriente independiente o dependiente (nosotros definimos en los capítulos anteriores como lazo), con el propósito de buscar un camino donde no exista en el recorrido una fuente de corriente, solo resistencias y/o fuentes de voltajes. Entonces se selecciona la fuente de corriente como una corriente de malla en cualquiera de las mallas compartidas y luego se selecciona la supermalla con segunda corriente de malla, luego se aplica la LKV a la supermalla para obtener el sistema de ecuaciones simultáneas y el problema esta resuelto.

Apliquemos ese método al circuito anterior, figura 3.2.6

La ecuación de restricción será:  $I_2 = I_F$ 

Aplicando la LKV a la supermalla obtenemos:

 $V_F$  +  $I_F$   $I_2$   $R_3$  Figura 3.2.6

 $(R_1 + R_2 + R_3) I_1 + (R_2 + R_3) I_2 = V_F$ , que sustituyendo la ecuación de restricción se tiene:

 $(R_1 + R_2 + R_3) I_1 + (R_2 + R_3) I_F = V_F$ , y despejando ahora la corriente de malla  $I_1$  se obtiene

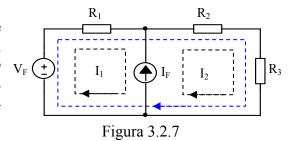
$$I_1 = \frac{V_F - (R_2 + R_3)I_F}{R_1 + R_2 + R_3}$$
 Este valor encontrado es el mismo encontrado en el ejemplo

anterior, pero no siempre será así, porque no es lo mismo corriente de malla, que corriente de rama, aunque algunas veces coincidan. Para este ejemplo la corriente de la supermalla coincide con la corriente de rama 1 y en ejemplo anterior la corriente de malla 1 coincide también con la corriente de rama 1, es por eso que ambos resultados son iguales.

Cuando apliquemos esta metodología de J David Irvin, usando supermallas, nuestros resultados no siempre serán los mismos que usando la metodología del Dorf-Svoboda presentada en la primera solución y en la tercera solución (que es la próxima).

La tercera solución, es una variante proporcionada por Dorf-Svoboda usando el concepto de supermalla y consiste en: asignar siempre las corrientes de malla a las mallas que comparten la fuente de corriente, expresa el valor de la fuente de corriente en términos de las corrientes de malla, formando de esta manera la ecuación de restricción, crea una supermalla buscando un camino donde no se encuentre alguna fuente de corriente y aplica la LKV a dicha supermalla, pero lo hace utilizando las corrientes de malla. Para su ejemplificación tomaremos el mismo ejemplo anterior mostrado en la figura 3.2.7.

Como podemos notar la supermalla no tiene asignada una corriente, como en el caso anterior, es hecha solo para aplicar la LKV a dicho recorrido utilizando las corrientes de malla. Para comenzar nuestro análisis, plantearemos nuestra ecuación de restricción, que es:



$$I_F = I_2 - I_1 (1)$$

Aplicando LKV al recorrido de la supermalla obtenemos:

 $(R_1)$   $I_1 + (R_2 + R_3)$   $(I_2 = V_F(2)$ , ahora despejamos  $I_2$  en función de  $I_1$  y la introducimos en la ecuación (2) para obtener:

 $(R_1) I_1 + (R_2 + R_3) (I_F + I_1) = V_F$  luego despejamos el  $I_1$  para obtener:

 $I_1 = \frac{V_F - (R_2 + R_3)I_F}{R_1 + R_2 + R_3}$  Para encontrar la corriente de malla, solo basta introducir este valor en la ecuación (1).

Como podemos observar este resultado es idéntico al de la primera solución y coincide con el de la segunda solución, como ya fue explicado anteriormente.

Las tres soluciones son válidas, pero si me preguntan ¿Qué solución usaría Usted? Mi respuesta sería, la segunda, porque en ella solo tengo que encontrar una respuesta, es decir la corriente de supermalla, porque la otra por defecto esta definida, y eso implica rapidez para encontrar la solución, que es uno de nuestros objetivos.

### 3.2.3 Circuitos que contienen fuentes dependientes de corrientes y/o de voltajes

Para resolver este tipo de circuitos, se procede de la misma manera que como fueran fuentes independientes, es decir como en los ejemplos mostrados anteriormente. Para ilustrar este procedimiento, utilizaremos el circuito mostrado en la figura 3.2.8.

### **Ejemplo 3.2.3.1**

Para el ejemplo, usaremos la solución segunda presentada en los ejemplos anteriores. Primero asignamos las corrientes de malla y supermallas que existan.

La malla  $I_2$  esta restringida al valor de la fuente de corriente 3A, es decir  $I_2 = 3A$ 

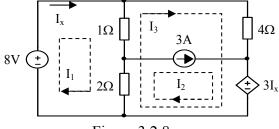


Figura 3.2.8

Si observamos el circuito la corriente de malla  $I_1$  coincide con la corriente de la fuente controlada  $I_x$ , es decir,  $I_1 = I_x$ 

Ahora aplicamos LKV a la malla 1

 $3(I_1) - 2(I_2) - 3(I_3) = 8$ , que sustituyendo el valor de la corriente de malla  $I_2$  se obtiene:

$$3(I_1) - 3(I_3) = 14(1)$$

Aplicando LKV a la supermalla obtenemos:

 $7(I_3) + 2(I_2) - 3(I_1) + 3(I_x) = 0$ , sustituyendo el valor de la corriente de malla  $I_2$  e  $I_x$  se obtiene:

 $7(I_3) + 6 - 3(I_1) + 3(I_1) = 0$ , de donde se obtiene el valor de la corriente de malla  $I_3$ 

 $I_3$  = - 6/7 A y sustituimos este valor en la ecuación (1), para obtener el valor de la corriente de malla  $I_3$ 

 $3(I_1) - 3(-6/7) = 14$  de donde se obtiene:

$$I_1 = I_x = 80/21 \text{ A}$$

### **Ejemplo 3.2.3.2**

Para el circuito mostrado en la figura 3.2.9 haga una análisis de malla y encuentre las corrientes de malla.

## $\begin{array}{c|c} 4\Omega \\ 2I \\ \hline I_1 \\ \hline I_2 \\ \hline I_3 \\ \hline I_3 \\ \hline I_3 \\ \hline I_3 \\ \hline I_4 \\ \hline I_5 \\ \hline I_7 \\ \hline I_8 \\ \hline I_8 \\ \hline I_9 \\ I$

### Solución:

Primero se recomienda observar detenidamente el circuito, para poder asignar las corrientes de malla y las asignamos como se muestra en la

malla y las asignamos como se muestra en la figura 3.2.9. Tenemos dos ecuaciones de restricción:

$$I_1 = 12A$$

 $I_2 = 2I$ , pero  $I = I_1 - I_2 - I_3$  y sustituyendo este valor obtenemos:

$$I_2 = \frac{2}{3}(I_1 - I_3) = 8 - \frac{2}{3}I_3$$

Ahora aplicamos LKV a la supermalla

 $40 (I_3) + 36 (I_2) - 28 (I_1) = 0$ , y sustituyendo las dos ecuaciones de restricción obtenemos:

$$40 (I_3) + 36 (8 - (2/3)I_3) - 28 (12) = 0$$

 $16 (I_3) = 48$ , por lo tanto

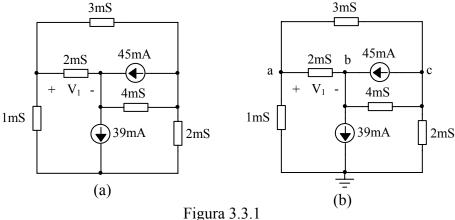
 $I_3 = 3A$ , entonces la corriente de malla será:  $I_2 = 6A$ 

### 3.3 Problemas Resueltos

### **Análisis Nodal**

### Ejemplo 3.3.1

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.1 (a) Encuentre el voltaje V<sub>1</sub> usando el análisis nodal



### Solución:

Antes de escribir cualquier ecuación, debemos etiquetar los nodos del circuito y seleccionar el nodo de referencia, como se ilustra en la figura 3.3.1 (b). Una vez hecho esto identificamos nuestra respuesta, es decir:

$$V_1 = V_a - V_b$$

Entonces para poder dar respuesta tenemos que encontrar los voltajes de nodo  $V_a$  y  $V_b$ , así procedemos hacer LKC a los correspondientes nodos,

Aplicamos LKC al nodo a:

 $(1m + 2m + 3m)V_a - 2mV_b - 3mV_c = 0$ , reduciendo esto tenemos:

$$6V_a - 2V_b - 3V_c = 0$$
 (1)

Ahora aplicamos la LKC al nodo b:

 $(2m + 4m)V_b - 2mV_a - 4mV_c = 45m - 39m$ , reduciendo esto tenemos:

$$6V_b - 2V_a - 4V_c = 6$$
 (2)

Aplicamos la LKC al nodo c:

$$(2m + 3m + 4m)V_c - 3mV_a - 4mV_b = -45m$$
, reduciendo esto tenemos:

$$9V_c - 3V_a - 4V_b = -45 (3)$$
:

Utilizaremos el método de reducción para resolver el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Primero multiplicaremos por -4 la ecuación (1) y por 3 la ecuación (2) y las sumamos para eliminar la variable V<sub>c</sub> y obtener así la ecuación (4):

$$-24V_a + 8V_b + 12V_c = 0$$
  

$$-6V_a + 18V_b - 12V_c = 18$$
  

$$-30V_a + 26V_b + 0 = 18 (4)$$

Ahora multiplicaremos por 3 la ecuación (1) y la sumaremos con la ecuación (3) para eliminar la variable  $V_c$  y obtener así la ecuación (5):

$$\begin{aligned} 18V_a - 6V_b - 9V_c &= 0\\ -3V_a - 4V_b + 9V_c &= -45\\ 15V_a - 10V_b + 0 &= -45 \end{aligned} \tag{5}$$

Ahora multiplicaremos por 2 la ecuación (5) y la sumaremos con la ecuación (4) para eliminar la variable  $V_a$  y obtener el valor de la variable  $V_b$ :

$$-30V_a + 26V_b = 18$$
  
 $30V_a - 20V_b = -90$   
 $0 + 6V_b = -72$ , entonces  $V_b = -12V$ 

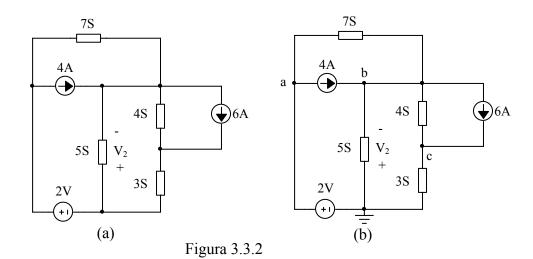
Insertamos ese valor en la ecuación (5) para obtener el valor de V<sub>a</sub>:

$$15V_a + 120 = -45$$
, entonces  $V_a = -11V$ 

Por lo tanto 
$$V_1 = V_a - V_b = 1V$$

### Ejemplo 3.3.2

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.2 (a) Encuentre el voltaje V<sub>2</sub> usando el análisis nodal



### Solución:

Primero etiquetamos los nodos del circuito y elegimos el nodo de referencia, como se muestra en la figura 3.3.2 (b). Luego ubicamos nuestra respuesta:

 $V_2$  = - $V_b$ , entonces necesitaremos encontrar el voltaje del nodo b para dar nuestra respuesta. Procederemos aplicar la LKC al nodo b,

LKC al nodo b:

$$(5+4+7)V_b - 7V_a - 4V_c = (4-6)$$
, Como  $V_a = 2V$  y reduciendo esta ecuación se tiene:

$$16V_b - 4V_c = 12(1)$$

LKC al nodo c

 $(4+3)V_c - 4V_b = 6$ , reduciendo esta ecuación se tiene:

$$7V_c - 4V_b = 6(2)$$

Ahora despejaremos Vc de la ecuación (1) para insertarla en la ecuación (2) y obtener el valor del voltaje  $V_b$ :

$$V_c = 4V_b - 3$$
, entonces

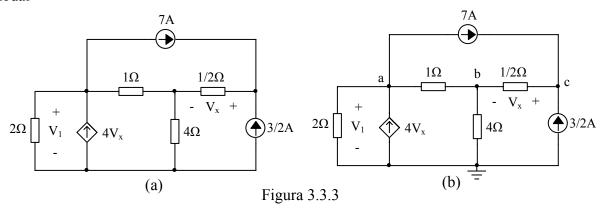
$$7*(4V_b - 3) - 4V_b = 6$$
, despejando  $V_b$  obtenemos:

$$Vb = (27/24) = 9/8 = 1.125 V$$
, por lo tanto

$$V_2 = -1.125 \text{ V}$$

### Ejemplo3.3.3

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.3 (a) Encuentre el voltaje V<sub>1</sub> usando el análisis nodal



### Solución:

Primero etiquetamos el circuito y elegimos el nodo de referencia como es mostrado en la figura 3.3.3 (b). Ahora ubicamos nuestra respuesta,  $V_1 = V_a$ , para ello necesitamos encontrar el voltaje del nodo a:

Aplicando LKC al nodo a, tenemos:

 $(1+\frac{1}{2})V_a - 1V_b = 4V_x - 7$ , pero  $V_x = V_c - V_b$ , que sustituyendo en la ecuación anterior y reacomodando tenemos:

$$3V_a + 6V_b - 8V_c = -14(1)$$

Ahora aplicamos LKC al nodo b, entonces:

$$(1 + \frac{1}{4} + 2)V_b - 1V_a + 2V_c = 0$$
, reacomodando obtenemos:  $4V_a + 13V_b - 8V_c = 0$  (2)

Luego aplicamos LKC al nodo c, y obtenemos:

$$(2)V_c - 2V_b = 7 + \frac{3}{2}$$
, reacomodando obtenemos:  $-4V_b + 4V_c = 17 (3)$ 

Tenemos las tres ecuaciones con tres incógnitas, utilizaremos el método de sustitución para obtener nuestra respuesta, el voltaje del nodo a:

De la ecuación (3) despejamos el voltaje del nodo c en función del voltaje del nodo b:

 $V_c = \frac{17 + 4V_b}{4}$  (4), que lo sustituiremos en la ecuación (2) para obtener una ecuación con dos incógnitas y despejar el voltaje del nodo b en función del voltaje del nodo a:

$$-4V_a + 13V_b - 34 - 8V_b = 0$$
, que reduciendo tenemos:

 $-4V_a + 5V_b = 34$ , que despejando  $V_b$  en función de  $V_a$  obtenemos:

 $V_b = \frac{34 + 4V_a}{5}$  (5), ahora esta ecuación (5) y la ecuación (4) la sustituimos en la ecuación (1) para obtener el valor del voltaje del nodo a:

$$3V_a + (6)\frac{34 + 4V_a}{5} - (34 + 8V_b) = -14$$

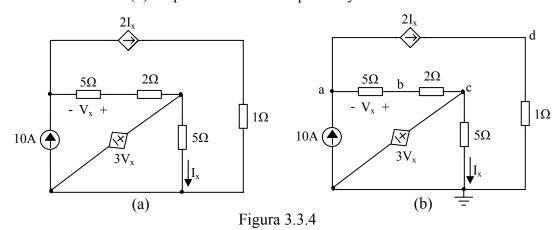
$$15V_a + 204 + 24V_a - 170 - 272 - 32V_a = -70$$

$$7V_a = 168$$
, entonces  $V_a = 24$ , por lo tanto

$$V_1 = 24V$$

### Ejemplo 3.3.4

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.4 (a). (a) Encuentre el voltaje  $V_x$  y la Corriente  $I_x$  usando el análisis nodal. (b) La potencia absorbida por  $1\Omega$  y la fuente de 10A.



### Solución:

(a) Primero etiquetamos el circuito y seleccionamos el nodo de referencia, como se muestra en la figura 3.3.4 (b). Luego ubicamos nuestra respuesta  $V_x = V_b$  -  $V_a$ , para ello necesitamos, encontrar los voltajes de los nodos b y a.

Aplicando LKC al nodo a:

 $(\frac{1}{5})V_a - (\frac{1}{5})V_b = 10 - 2I_x$ , pero  $I_x = V_c/5$  y reacomodando tenemos:

$$V_a - V_b + 2V_c = 50$$
, pero  $V_c = 3V_x = 3(V_b - V_a)$ , así:

$$V_a - V_b + 6V_b - 6V_a = 50$$
, entonces:  $-V_a + V_b = 10$ , (1)

Si observamos la ecuación anterior, ya tenemos el valor de  $V_x = V_b - V_a = 10V$ 

Entonces el valor de  $I_x = 3V_x/5 = 6A$ 

Ahora encontraremos el voltaje en la resistencia de  $1\Omega$ , que es el mismo voltaje del nodo d, ese voltaje es:

$$V_d = 2I_x(1) = 12V$$
, entonces la potencia será: (b)  $P_{1\Omega} = (12)(12) = 144W$ 

Para encontrar la potencia de la fuente de 10A es necesario encontrar el voltaje entre las terminales de dicha fuente, que es el mismo voltaje del nodo a, para ello necesitaremos hacer uso de la LKV para encontrar dicho voltaje:

La corriente que pasa por el resistor de  $5\Omega$  es la misma corriente que pasas por el resistor de  $2\Omega$  ya que ambos están en serie, la corriente será:

$$I_{5\Omega} = 10/5 = 2A = I_{2\Omega}$$
, así el voltaje de dicho resistor será:  $V_{2\Omega} = (2)(2) = 4V$ 

Entonces haciendo uso de la LKV al lazo abc y tierra, tenemos:

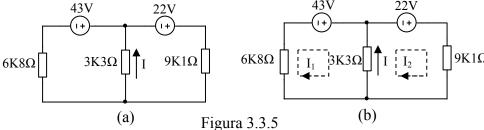
 $V_{10A} + V_x + 4 = 3V_x$ , entonces  $V_{10A} = 2V_x - 4 = 16V$ . Por lo tanto la Potencia entregada por la fuente será:

$$P_{10A} = (16)(10) = 160W$$

### Análisis de Malla

### Ejemplo3.3.5

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.5 (a) Encuentre la Corriente I usando el análisis de malla



### Solución:

Primero identificamos la cantidad de mallas y asignamos corrientes de mallas, como es mostrado en la figura 3.3.5 (b). Luego identificamos nuestra respuesta, buscamos la corriente I, que será en términos de las corrientes de mallas asignadas:

 $I = I_2 - I_1$ , entonces tendremos que encontrar ambas corrientes de mallas para obtener nuestra respuesta, así:

Apliquemos LKV a la malla 1:

$$(6.8K + 3.3K)I_1 - 3.3KI_2 = 43$$
, que reduciendo términos es:

$$(10.1K)I_1 - 3.3KI_2 = 43(1)$$

Apliquemos LKV a la malla 2:

$$(9.1K + 3.3K)I_2 - 3.3KI_1 = 22$$
, que reduciendo términos es:

$$(-3.3K)I_1 + 12.4KI_2 = 22 (2)$$

Ahora resolveremos el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas usando el método de sustitución, despejaremos  $I_1$  en función de  $I_2$  de la segunda ecuación y luego la insertamos en la ecuación uno para obtener el valor de  $I_2$ , así:

$$I_1 = \frac{12.4KI_2 - 22}{3.3K}$$
 (3), que insertaremos en la ecuación (1) para obtener el valor de  $I_2$ , así:

$$(10.1K)\frac{12.4KI_2-22}{3.3K}-3.3KI_2=43$$
, ahora multiplicamos por 3.3K toda la ecuación:

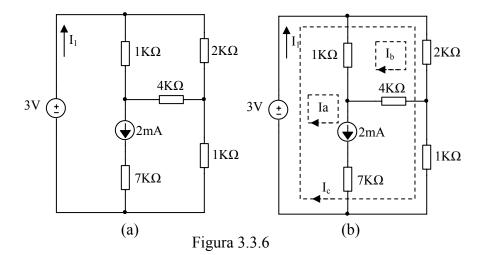
$$125.24K^2I_2 - 222.2K - 10.89K^2I_2 = 141.9K$$
, que despejando para  $I_2$  se obtiene:

 $I_2 = 3.184$ mA, ahora insertamos éste valor en la ecuación (3) para obtener  $I_1 = 5.297$ mA. Por lo tanto el valor de nuestra respuesta será:

$$I = -2.11 \text{mA}$$

### Ejemplo3.3.6

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.6 (a) Encuentre la Corriente I<sub>1</sub> usando el análisis de malla



### Solución:

Primero tenemos que asignar corrientes de malla al circuito como es mostrado en la figura 3.3.6 (b). Observe que el método utilizado es el método, presentado por J. David Irvin. Luego ubicamos nuestra respuesta, la corriente  $I_1$  será la suma de las corrientes de malla  $I_a$  +  $I_b$ , para ello tendremos que encontrar dichas corrientes de malla.

La corriente de malla  $I_a$  es una ecuación de restricción  $I_a = 2mA$ 

Apliquemos LKV a la supermalla c:

$$(2K + 1K)I_c + (2K)I_b = 3$$
, reduciendo tenemos:  $(3K)I_c + (2K)I_b = 3$  (1)

Si observamos, desconocemos el valor de la corriente de malla I<sub>b</sub>, por tanto tendremos que aplicar LKV a la malla b, para obtener la otra ecuación, así:

Aplicando LKV a la malla b:

$$(1K + 2K + 4K)I_b + (2K)I_c - (1K)I_a = 0$$
, reduciendo y sustituyendo el valor de  $I_a$  se tiene:

$$(7K)I_b + (2K)I_c = 2(2)$$

Ahora despejaremos  $I_b$  en función de  $I_c$  de ésta ecuación para insertarla en la ecuación (1) y obtener el valor de  $I_c$ , así:

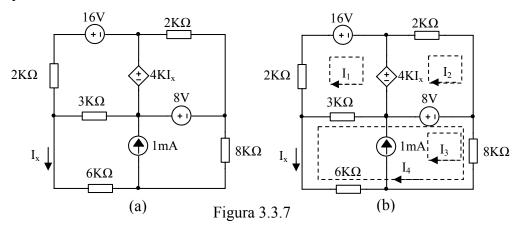
$$I_b = \frac{2 - 2KI_c}{7K}$$
, que la insertaremos en la ecuación (1) para obtener:

$$3KI_c + (2K)\frac{2-2KI_c}{7K} = 3$$
, multiplicando por 7K toda la ecuación se tiene:

$$21K^2I_c + 4K - 4K^2I_c = 21K$$
, despejando  $I_c = 1mA$ , por lo tanto la respuesta  $I_1$  será:  $I_1 = 3mA$ 

### Ejemplo 3.3.7

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.7 (a) Encuentre la Corriente  $I_x$  usando el análisis de malla y la Potencia de la fuente de 8V.



### Solución:

Primero asignamos corrientes de mallas como es mostrado en la figura 3.3.7 (b). Observarán De nuevo, como en el ejemplo anterior que utilizamos el método propuesto por Irvin. Luego identificamos nuestra respuesta  $I_x$  que coincide con la corriente de malla  $I_4$ , pero en sentido opuesto, entonces necesitamos encontrar la corriente de malla  $I_4$  e invertir su signo para dar nuestra respuesta.

Apliquemos LKV a la supermalla 4

$$(3K + 8K + 6K)I_4 - (3K)I_1 + (8K)I_3 = -8$$

La corriente de malla  $I_3$  es una ecuación de restricción  $I_3 = 1$ mA, entonces reduciendo y sustituyendo la corriente  $I_3$  se tiene:

$$(17K)I_4 - (3K)I_1 = -16(1)$$

Como observamos necesitamos el valor de la corriente de malla I1, para ello aplicaremos la LKV a la malla 1 para obtener la otra ecuación, así:

Aplicando LKV a la malla 1:

$$(2K + 3K)I_1 - (3K)I_4 = -16 - 4KI_x$$
, sustituyendo  $I_x = -I_4$  y reduciendo se tiene:

$$(5K)I_1 - (7K)I_4 = -16(2)$$

Ahora despejaremos  $I_1$  en función de  $I_4$  de la ecuación (1) para insertarlo en la ecuación (2) y obtener el valor de  $I_4$ , así:

$$I_1 = \frac{17KI_4 + 16}{3K}$$
, insertándolo en la ecuación (2) se tiene:

$$(5K)$$
 $\frac{17KI_4 + 16}{3K} - 7KI_4 = -16$ , multiplicando por 3K se tiene:

$$85KI_4 + 80K - 21KI_4 = -48K$$
, despejando  $I_4$  será:  $I_4 = -2mA$ , entonces  $I_x = 2mA$ 

Para encontrar la potencia de la fuente de 8V es necesario encontrar la corriente total que pasa por la fuente, dicha corriente es igual:

 $I_{8V} = I_2 - I_3 - I_4$ , entonces necesitaremos encontrar la corriente de malla  $I_2$ , para ello:

Aplicamos LKV a la malla 2:

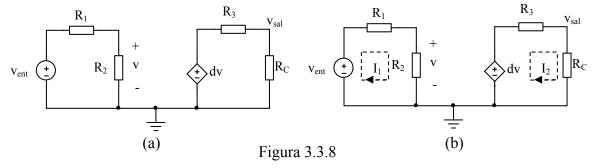
 $(2K)I_2 = 8 + 4KI_x$ , sustituyendo el valor de Ix y despejando,  $I_2 = 8mA$ , entonces la corriente de la fuente de 8V será:

 $I_{8V} = 9mA$ , por lo tanto la potencia de la fuente de 8V será:  $P_{8V} = (8)(9m) = 72mW$ 

$$P_{8V} = (8)(9m) = 72mW$$

### Ejemplo 3.3.8

Para el circuito mostrado en la figura 3.3.8 (a) si d = 10 Encuentre la razón de voltajes v<sub>sal</sub>/v<sub>ent</sub>, usando el análisis de malla.



### Solución

Primero asignamos corrientes de malla al circuito como se muestra en la figura 3.3.8 (b). Luego ubicamos nuestra respuesta, para ello necesitaremos encontrar v<sub>sal</sub> en función de I<sub>2</sub> aplicando el análisis de malla y vent en función de I1, de la misma manera que anteriormente, luego dividimos ambas expresiones para obtener la razón buscada.

Apliquemos LKV a la malla 1:

 $(R_1 + R_2)I_1 = v_{ent}$ , pero  $I_1 = v/R_2$ , sustituyendo tendremos:

$$v_{ent} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} v \ (1)$$

Apliquemos LKV a la malla 3:

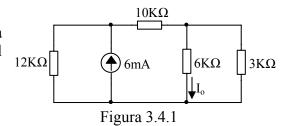
 $(R_3 + R_L)I_2 = dv$ , pero  $I_2 = v_{sal}/R_L$ , sustituyendo y despejando para  $V_{sal}$  tendremos:

$$v_{sal} = \frac{R_L}{R_3 + R_L} dv$$
, por lo tanto la razón  $v_{sal}/v_{ent}$  será: 
$$\frac{v_{sal}}{v_{ent}} = \frac{10R_2R_L}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_L)}$$

### 3.4 Problemas propuestos:

**3.4.1** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.1 encuentre la corriente  $I_0$ , usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $I_0 = 1 \text{mA}$ 



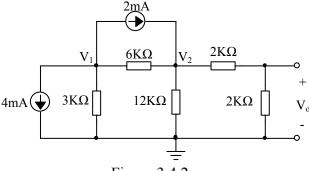


Figura 3.4.2

**3.4.2** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.2 encuentre los voltajes  $V_1$  y  $V_0$  usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $V_1 = -12V$ ,  $V_0 = 0V$ 

**3.4.3** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.3, use el análisis nodal para encontrar el voltaje  $V_1$ ,

**Respuesta:**  $V_1 = 8V$ 

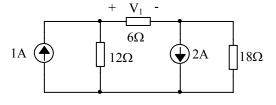


Figura 3.4.3

**3.4.4** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.4, use el análisis nodal para encontrar el voltaje  $V_1$  y  $V_2$ .

**Respuesta:**  $V_1 = 20V$ ,  $V_2 = 12V$ 

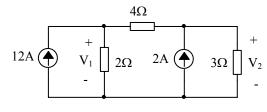


Figura 3.4.4

**3.4.5** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.5, use el análisis nodal para encontrar los voltajes  $V_1$  y  $V_2$  y la corriente I.

**Respuesta:**  $V_1 = 4V$ ,  $V_2 = 36V$ , I = 4A

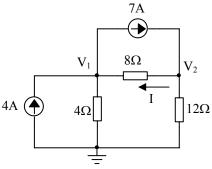


Figura 3.4.5

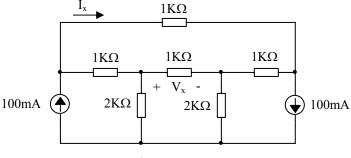


Figura 3.4.6

**3.4.6** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.6, use el análisis nodal para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_x$ ,

**Respuesta:**  $I_x = 73.7 \text{mA}, \ V_x = 21.05 \text{V}$ 

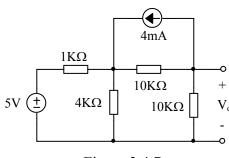


Figura 3.4.7

**3.4.7** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.7, use el análisis nodal para encontrar el voltaje  $V_o$ ,

**Respuesta:**  $V_o = -17.3V$ 

**3.4.8** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.8, use el análisis nodal para encontrar el voltaje  $V_1$ ,

análisis nodal para encontrar el voltaje  $V_1$ , **Respuesta:**  $V_1 = 3V$ 

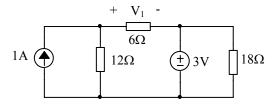
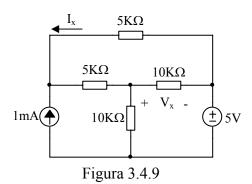


Figura 3.4.8



**3.4.9** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.9, use el análisis nodal para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_x$ ,

**Respuesta:**  $I_x = -0.5 \text{mA}$ ,  $V_x = 0 \text{V}$ 

**3.4.10** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.10, use el análisis nodal para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_x$ ,

**Respuesta:**  $I_x = 0.42 \text{mA}, V_x = 104 \text{mV}$ 

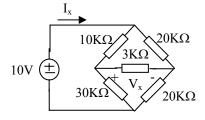
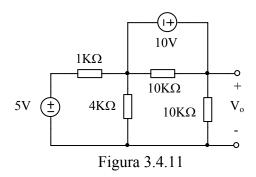


Figura 3.4.10



**3.4.11** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.11, use el análisis nodal para encontrar el voltaje  $V_o$ ,

**Respuesta:**  $V_0 = 1.96V$ 

**3.4.12** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.12, use el análisis nodal para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_x$ .

**Respuesta:**,  $I_x = -0.5 \text{mA}$ ,  $V_x = 10 \text{V}$ 

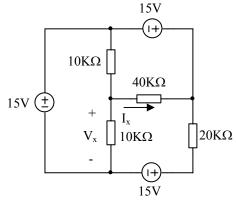
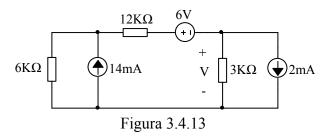


Figura 3.4.12

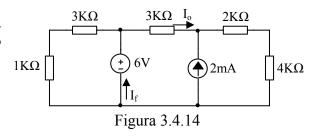


**3.4.13** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.13 encuentre el voltaje V usando el análisis nodal.

**Respuesta:** V = -6V

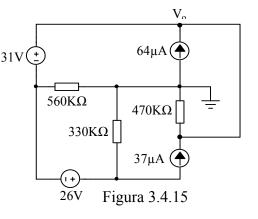
**3.4.14** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.5 encuentre las corrientes  $I_o$  e  $I_f$ , usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $I_o = -(2/3)mA$ ,  $I_f = (5/6)mA$ 



3.4.15 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.15 encuentre el voltaje V<sub>o</sub>, usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $V_o = -19.37V$ 



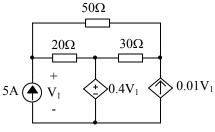
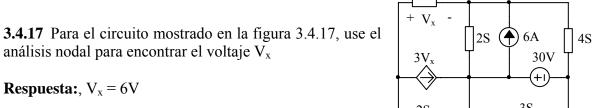


Figura 3.4.16

**3.4.16** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.16, use el análisis nodal para encontrar el voltaje V<sub>1</sub>

**Respuesta:**,  $V_1 = 148.1V$ 



**Respuesta:**,  $V_x = 6V$ 

Figura 3.4.17

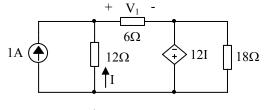


Figura 3.4.18

3.4.18 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.18, use el análisis nodal para encontrar el voltaje V<sub>1</sub>,

**Respuesta:**  $V_1 = 12V$ 

3.4.19 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.19 encuentre el voltaje Vo usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $V_0 = -(5/6)V$ 

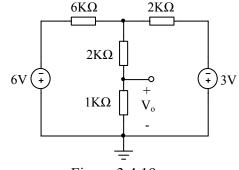
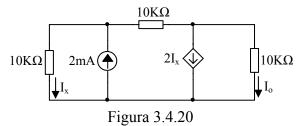


Figura 3.4.19



3.4.20 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.20 encuentre la corriente I<sub>o</sub>, usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $I_0 = -(2/5) \text{mA}$ .

**3.4.21** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.21 encuentre el voltaje  $V_x$ , usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $V_x = 104V$ 

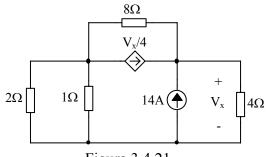
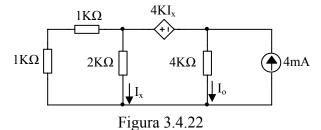


Figura 3.4.21

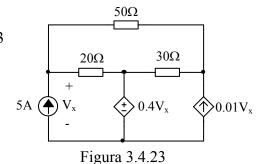


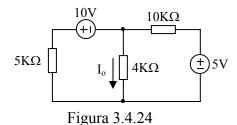
**3.4.22** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.22 encuentre la corriente I<sub>o</sub>, usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $I_o = -(4/3) \text{mA}$ .

**3.4.23** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.23 encuentre el voltaje  $V_x$ , usando el análisis nodal.

**Respuesta:**  $V_x = 148.15V$ 





**3.4.24** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.24, use el análisis de malla para encontrar la corriente I<sub>o</sub>.

**Respuesta:**,  $I_0 = -0.136$ mA

**3.4.25** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.25, use el análisis de malla para encontrar las corrientes  $I_1$  e  $I_2$ .

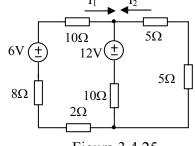
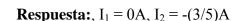
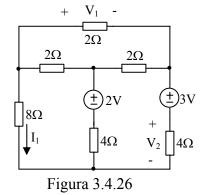


Figura 3.4.25





**3.4.26** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.26, use el análisis de malla para encontrar los voltajes  $V_1$  y  $V_2$  y la corriente  $I_1$ .

**Respuesta:**,  $V_1 = -(23/54)V$ ,  $V_2 = -(5/6)V$ ,  $I_1 = (47/216)A$ 

**3.4.27** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.27, use el análisis de malla para encontrar las corrientes  $I_1$  e  $I_2$ .

**Respuesta:**,  $I_1 = 2A$ ,  $I_2 = 1A$ 

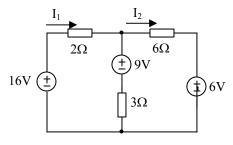
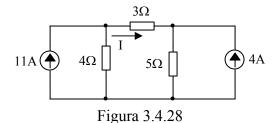


Figura 3.4.27



**3.4.28** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.28, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_x$ .

**Respuesta:**,  $I_x = -167 \text{mA}$ ,  $V_x = 0 \text{V}$ 

**3.4.29** Use el análisis de malla para encontrar el voltaje  $V_{\text{F}}$ , para el circuito mostrado en la figura 3.4.29.

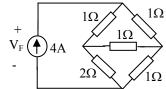
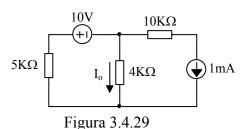


Figura 3.4.29

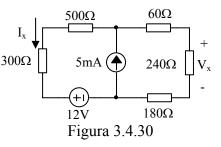


**Respuesta:**  $V_F = -(52/11)V$ 

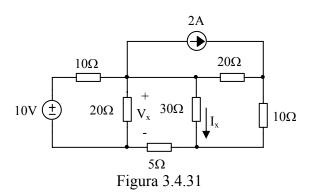
**3.4.29** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.29, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_0$ .

**Respuesta:**,  $I_0 = -1 \text{mA}$ 

**3.4.30** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.30, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_x$  y  $300\Omega$  el voltaje  $V_x$ .



**Respuesta:**,  $I_x = -7.5 \text{mA}$ ,  $V_x = -0.6 \text{V}$ 



**3.4.31** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.31, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_x$ .

**Respuesta:**,  $I_x = -167 \text{mA}$ ,  $V_x = 0 \text{V}$ 

**3.4.32** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.32, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_x$ .

**Respuesta:**,  $I_x = 3.35 \text{mA}$ ,  $V_x = -3 \text{V}$ 

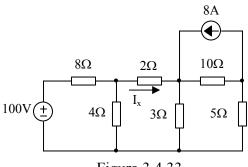


Figura 3.4.33

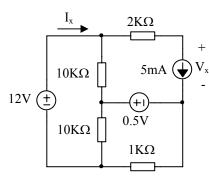


Figura 3.4.32

**3.4.33** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.33, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_{\rm x}$ 

**Respuesta:**,  $I_x = 2.79A$ 

**3.4.34** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.34, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_x$ .

**Respuesta:**,  $I_x = 5A$ 

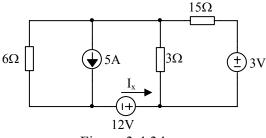


Figura 3.4.34

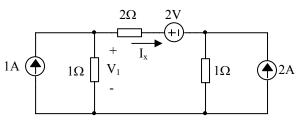


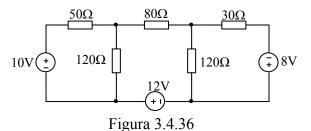
Figura 3.4.35

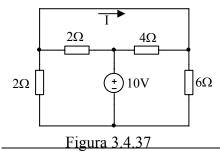
**3.4.35** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.35, use el análisis de malla para encontrar la corriente  $I_x$  y el voltaje  $V_1$ 

**Respuesta:**, 
$$I_x = -(3/4)A$$
,  $V_1 = (7/4)V$ 

**3.4.36** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.36 determine las corrientes de malla.

**Respuesta:**  $I_1 = 188.35 \text{mA}$ ,  $I_2 = 182.52 \text{mA}$ ,  $I_3 = 199.35 \text{mA}$ 

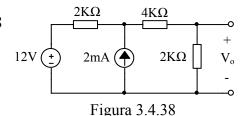




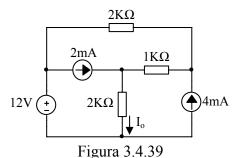
**3.4.37** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.37 encuentre la corriente I, usando el análisis de malla.

**Respuesta:** I = -(5/17)A.

**3.4.38** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.38 encuentre el voltaje V<sub>o</sub>, usando el análisis de malla.



**Respuesta:**  $V_0 = 4V$ 

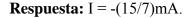


encuentre la corriente I<sub>0</sub>, usando el análisis de malla.

3.4.39 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.39

**Respuesta:**  $I_0 = (26/5) \text{mA}$ .

**3.4.40** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.40 encuentre la corriente I, usando el análisis de malla.



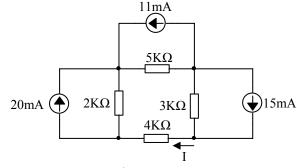
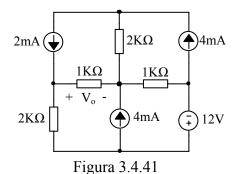


Figura 3.4.40



3.4.41 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.41 encuentre el voltaje V<sub>o</sub>, usando el análisis de malla.

**Respuesta:**  $V_o = (5/2)V$ 

3.4.42 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.42 encuentre la corriente I, usando el análisis de malla.

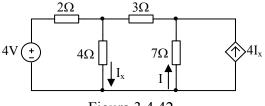
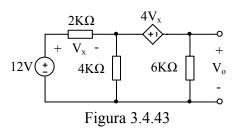


Figura 3.4.42

**Respuesta:** I = 5.33A.

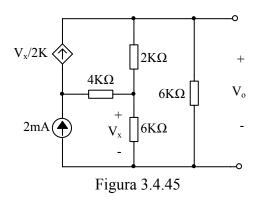


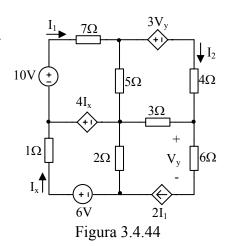
3.4.43 Para el circuito mostrado en la figura 3.4.43 encuentre el voltaje V<sub>o</sub>, usando el análisis de malla.

**Respuesta:**  $V_0 = -(72/19)V$ 

**3.4.44** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.44 encuentre la corriente  $I_2$ , usando el análisis de malla.

**Respuesta:**  $I_2 = -1.39A$ .





**3.4.45** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.45 encuentre el voltaje V<sub>o</sub>, usando el análisis de malla.

**Respuesta:**  $V_0 = (36/5)V$ 

**3.4.46** Para el circuito mostrado en la figura 3.4.46, use el análisis de malla para encontrar las corrientes  $I_1$  e  $I_2$ .

**Respuesta:**,  $I_1 = 5A$ ,  $I_2 = 6A$ 

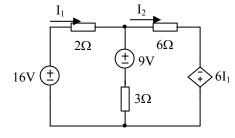


Figura 3.4.46